

LA EDUCACIÓN EN MATEMÁTICA ANÁLISIS Y PROPUESTAS

Julio Fernández

Academia Nacional de Ingeniería, 2026

Algunas citas

...Los matemáticos ven a la matemática como un área de estudio por derecho propio. El resto de nosotros usamos la matemática como un lenguaje preciso para expresar relaciones entre cantidades en el mundo real, y como una herramienta para deducir conclusiones cuantitativas sobre esas relaciones. Para ese propósito, los cursos de matemática, como se enseñan hoy, son rara vez útiles y a menudo resultan directamente destructivos.

Como estudiante, me prometí a mí mismo que, si alguna vez era docente, jamás sometería a un estudiante a esa forma de enseñanza...

Carver Mead¹

Como regla general, no debe decirse nada a los discípulos que ellos puedan descubrir por sí mismos.²...Las reglas, las definiciones, las teorías, pueden dar a los niños la mecánica de los números, pero no les enseñan la Aritmética³...

José Pedro Varela

La enseñanza de la matemática en todos los niveles se presenta como un problema no resuelto. El número de estudiantes que no avanzan en el ciclo escolar debido a sus fracasos con la matemática y el número de reprobados en la disciplina en los demás ciclos de aprendizaje son las manifestaciones inmediatas de esta situación. Ella está tan extendida que los profesores de matemática somos vistos como los grandes verdugos del sistema educativo, como la auténtica traba para el avance en los estudios secundarios o universitarios. Muchas veces el estudiante opta por ciclos o carreras que no tienen la disciplina, aunque no tengan particular vocación por el resultado final de ellos.⁴

Roberto Markarián

¹ Carver Mead es profesor emérito de la universidad de Stanford y una figura clave del desarrollo de la microelectrónica; expresa estas palabras en el prefacio de S. Mahajan, *Street Fighting Mathematics*, MIT Press (2010).

² José Pedro Varela, *La educación del pueblo*, p. 180.

³ *Ibid.*, p. 216. Varela dedica tres páginas (216-218) de esa obra a los métodos para enseñar Aritmética.

⁴ En R. Markarián, *La dimensión humana de la matemática. Ensayos sobre matemática y cultura*. 1ª ed. (abril 2025), Estuario Editora, p. 86.

Contenido

Resumen ejecutivo	5
Introducción	6
Sección 1. Resumen del relevamiento de las fuentes internacionales	7
¿Por qué sería importante aprender matemática?	7
¿Qué significa “ser competente en matemática”?	8
¿Qué medidas existen del aprendizaje o de las competencias matemáticas?	8
¿Es más difícil aprender matemática que otras materias?	9
La educación matemática como preocupación internacional	10
Pistas a partir de las evaluaciones estandarizadas	11
¿Qué factores influyen en el aprendizaje de la matemática?	12
¿Es conveniente intentar adoptar las prácticas de docencia en matemática que funcionan bien en otros países?	13
¿Cuánta matemática necesitan saber los docentes?	15
¿Cómo se forman los docentes de matemática en los diferentes países?	16
¿Qué tipo de estrategias de clase son recomendables para el aprendizaje productivo de la matemática?	19
Ejemplos de ejercicios concretos	20
¿Cuáles son las líneas generales de trabajo que se recomiendan para mejorar la enseñanza de la matemática?	21
Según los estudios examinados, ¿a qué se debería apuntar para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?	24
Sección 2. Relevamiento de la producción académica y los recursos nacionales	26
¿Qué temas principales se han investigado?	26
Conclusiones de los estudios de INEEd sobre el desempeño en matemática	27
¿Cómo es la formación de docentes de matemática en Uruguay?	29
¿Cómo se utilizan las TIC en la enseñanza de la matemática?	29
¿Quiénes son los docentes de matemática en la enseñanza media?	31
¿Por qué en la enseñanza media hay pocos docentes de matemática titulados?	32
Sección 3. Conclusiones y recomendaciones	34
1. Sobre la formación inicial de los docentes	34
2. Sobre el desarrollo profesional de los docentes	35
3. Al interior de las instituciones educativas	36
4. Para las familias y la sociedad en general	36

5. Para las políticas públicas	36
Referencias	38
Reconocimientos.....	43

Resumen ejecutivo

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática son problemas persistentes y críticos de los sistemas educativos contemporáneos, tanto en Uruguay como a nivel internacional. Las dificultades generalizadas en esta disciplina se reflejan en altos niveles de repetición, rezago y abandono; condicionan negativamente las trayectorias educativas de niños y jóvenes, así como el desarrollo de recursos humanos en áreas clave para el país, en particular las vinculadas a la ciencia, la tecnología y la innovación.

Este documento de la Academia Nacional de Ingeniería complementa un informe interacadémico previo, aportando un relevamiento de fuentes internacionales y nacionales, del que se extraen fundamentos y orientaciones para la toma de decisiones en el sistema educativo. No está dirigido a los especialistas en educación matemática, que ya están familiarizados con los problemas y las propuestas, sino a los responsables de políticas públicas y a todos quienes deseen conocer la problemática y construir alternativas de mejora.

El relevamiento muestra que las dificultades en matemática son universales y responden a características propias de la disciplina: entre otras, su naturaleza abstracta y la fuerte interdependencia entre contenidos. A estas características se suman factores culturales y de actitud, que influyen en cómo los estudiantes, sus familias y los propios docentes perciben la matemática y sus posibilidades de aprendizaje.

Las evaluaciones estandarizadas internacionales y nacionales (como PISA, y Aristas del INEEd) aportan información para identificar brechas de desempeño, asociadas a contextos socioeconómicos, trayectorias educativas y perfiles institucionales; también ayudan a orientar la investigación y las políticas hacia los factores críticos.

Entre esos factores, se destaca el rol de los docentes. La calidad del aprendizaje en matemática depende en gran medida de su formación matemática profunda, de su conocimiento sobre cómo aprenden los estudiantes, de sus prácticas y de sus expectativas. La evidencia comparada sugiere que la preparación y el desarrollo profesional docente pueden tener mayor impacto en los aprendizajes que otros factores frecuentemente discutidos, como el tamaño de los grupos o el gasto por alumno.

A partir del análisis realizado, se identifican posibles líneas de trabajo para mejorar la educación matemática en el tramo obligatorio: una currícula enfocada y consistente a lo largo de todos los niveles educativos, centrada en los conceptos fundamentales; prácticas de enseñanza que promuevan la resolución de problemas, el razonamiento, la argumentación y el uso de múltiples representaciones; evaluaciones formativas, alineadas con el desarrollo de la competencia matemática; y una política sostenida de formación inicial de docentes, desarrollo profesional y respaldo a la profesión docente, basada en evidencia y articulada con la carrera laboral.

Finalmente, se subraya que la implementación de las propuestas requiere acciones coordinadas y de largo plazo, que involucran a decisores políticos, instituciones educativas, docentes y familias. En particular, se señala la importancia de fortalecer la educación matemática en la primera infancia y en la educación primaria, etapas clave donde se construyen los fundamentos cognitivos y las actitudes hacia la matemática que condicionan el recorrido educativo posterior.

Introducción

A partir de una recomendación del informe interacadémico “La educación STEM en Uruguay: desafío de todos”⁵, en noviembre de 2023 se creó un grupo de trabajo, con el objetivo de generar diagnósticos y propuestas para mejorar los insuficientes aprendizajes de matemática de niños y jóvenes. Este problema había sido identificado como un obstáculo significativo en diversas trayectorias educativas, que condicionaba adversamente a la educación en las áreas científicas y tecnológicas (generalmente referidas por el acrónimo STEM).

Ese grupo de trabajo estuvo integrado por los Drs. Roberto Markarián (ANCIU), Ricardo Pascale⁶ (ACADECO), Enrique Barrios (ANM) y Héctor Cancela (ANIU), que coordinó el grupo. A estos académicos se agregó la colaboración de la Dra. Cecilia Calvo, especialista convocada por el Dr. Markarián. El grupo entregó su informe en julio de 2024, bajo el título “Enseñanza de la Matemática en Uruguay: algunas reflexiones” [55].

En la Academia de Ingeniería se consideró de interés complementar ese informe en dos direcciones: (i) incluir un mayor rango de referencias a estudios internacionales y nacionales, resumiendo sus conclusiones, y (ii) delinear propuestas de mejora más detalladas, identificadas a partir de dichas referencias.

Para esa tarea, se examinó la producción académica nacional sobre educación matemática, así como una serie de fuentes internacionales adicionales a las consideradas en dicho informe interacadémico. Aunque el relevamiento realizado no puede considerarse exhaustivo, permitió confirmar y desarrollar los lineamientos que ya habían sido recogidos, de forma más general, en el informe del grupo interacadémico.

En este documento se resumen los resultados del relevamiento y se formulan algunas propuestas para la mejora de la educación en matemática, que surgen del análisis de las fuentes examinadas.

Finalmente, es importante señalar que este documento no está dirigido a los expertos. En efecto, la comunidad educativa nacional y, en particular, los especialistas en educación matemática ya conocen bien la problemática y las propuestas que aquí se plantean. Este trabajo pretende únicamente aportar fundamentos para la toma de decisiones en el sistema educativo, e informar a un público interesado, aunque no especialista, sobre el estado del problema y sobre las principales líneas de acción que se han identificado para mejorar la situación actual.

⁵ Informe disponible en: <https://aniu.org.uy/novedades/la-educacion-stem-en-uruguay-desafio-de-todos/>

⁶ Lamentablemente, el Dr. Pascale falleció poco después de iniciarse los trabajos del grupo.

Sección 1. Resumen del relevamiento de las fuentes internacionales

Se relevaron las publicaciones sobre educación matemática de las Academias de diferentes países, de la UNESCO y de otras organizaciones relevantes dedicadas al tema, para resumir los principales problemas, enfoques y propuestas que se manejan a nivel internacional.

No se incluyó en el relevamiento la vasta literatura académica que sirve de base para esas publicaciones; sin embargo, el lector interesado puede acceder a esa literatura desde las referencias bibliográficas que figuran en cada fuente citada.

A continuación, se plantea un resumen de las publicaciones relevadas, organizado mediante preguntas y subtítulos, incluyendo: importancia de la disciplina; competencias matemáticas; dificultades para su aprendizaje; contexto internacional y pruebas estandarizadas; factores relevantes para el aprendizaje de la matemática; formación de los docentes; ejemplos de actividades en la docencia de matemática, y líneas de trabajo típicas para la mejora.

Las propuestas y orientaciones de mejora que aparecen en esta sección son las que surgen de las fuentes internacionales examinadas. Las propuestas propias de este documento se presentan más adelante, en la sección 3.

Las referencias que se han resumido para cada tema se indican con números entre paréntesis cuadrados, que corresponden a la lista proporcionada al final de este documento.

En algunos puntos de esta sección se mencionan también resultados publicados por INEEd, como complemento de las publicaciones internacionales.

¿Por qué sería importante aprender matemática?

Por una cantidad de razones, desde diferentes puntos de vista [1, 5, 11, 13, 15, 18].

Es un fundamento para otras disciplinas y para la vida diaria. La matemática es el fundamento del razonamiento cuantitativo en todos los campos del conocimiento. Ha facilitado el desarrollo de la ciencia, la tecnología, la ingeniería, los negocios y el gobierno.

Para que las personas puedan participar en la sociedad, deben dominar la matemática básica. Los ciudadanos que no pueden razonar matemáticamente quedan desconectados de áreas enteras del conocimiento, privados de oportunidades, y limitados ante muchas tareas diarias.

Desarrolla la habilidad de pensar. Como lo expresa una publicación del National Research Council de los EE.UU. [1], “los jóvenes deben aprender a pensar matemáticamente, y deben pensar matemáticamente para poder aprender”. La educación matemática desarrolla capacidades para resolver problemas y para el pensamiento crítico; esas habilidades se pueden transferir a otras situaciones, tanto en los estudios como en diversos campos laborales. Aprender matemática puede ayudar a

que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico; permite que los ciudadanos puedan evaluar asuntos cuantitativos con confianza, en diferentes contextos. La capacidad matemática no consiste solamente en conocer contenidos específicos, sino también en poder aplicarlos en diferentes contextos y situaciones.

Es clave para el desarrollo escolar. Aprender matemática en los primeros años de la infancia es vital para el éxito académico posterior, no solo en matemática. Es un insumo fundamental para las ciencias, la tecnología, la economía e incluso para las artes. En particular, el manejo de los números es un fundamento para el álgebra y para las medidas, la geometría, la probabilidad y el análisis de datos.

Permite describir y comprender el mundo. La matemática proporciona herramientas para describir cuantitativamente el mundo y sus fenómenos. La medida de magnitudes, que es un uso común de los números, conecta la matemática con las ciencias experimentales y sociales, y con el mundo concreto. En particular, la geometría desarrolla la comprensión del espacio bi- y tridimensional.

Es un conocimiento esencial en el mundo contemporáneo. Hoy estamos mucho más expuestos a los números y a las ideas cuantitativas, y necesitamos manejar la matemática a un nivel superior al que se consideraba necesario hace solamente un par de décadas. Todos los ciudadanos necesitan adquirir habilidades matemáticas fundamentales y alcanzar una “alfabetización numérica” suficiente para la vida diaria y el trabajo, incluyendo la capacidad de usar algunas herramientas estadísticas y computacionales.

Es un logro intelectual y estético. La matemática es uno de los grandes logros intelectuales de la humanidad. Tiene una gran sofisticación y belleza, y encarna el poder máximo del razonamiento deductivo. Los estudiantes deberían poder apreciar la matemática, no solo como una herramienta, sino también como un producto intelectual de la humanidad, comparable a las artes o la literatura.

¿Qué significa “ser competente en matemática”?

Sin pretender una definición rigurosa, usamos aquí el término “competencia” como un sinónimo informal de lo que una persona es capaz de hacer.

En una definición ampliamente citada [1] la competencia matemática incluye cinco elementos: (i) comprensión conceptual; (ii) fluidez para los procedimientos; (iii) estrategias para atacar y resolver problemas; (iv) capacidad de adaptar el razonamiento, y (v) tener una actitud positiva y productiva hacia la matemática. Estos elementos se deben desarrollar conjuntamente a lo largo del proceso educativo.

¿Qué medidas existen del aprendizaje o de las competencias matemáticas?

La principal medida disponible es el resultado de pruebas estandarizadas. Aunque estas pruebas se pueden criticar por su eventual desapego al contexto cultural o sus sesgos, son instrumentos sistemáticos, que permiten analizar lo que pueden hacer los estudiantes y producir información relevante para la mejora. En nuestro país, las pruebas

“Aristas” que desarrolla INEE se aplican periódicamente en la educación primaria y media; sus resultados se analizan y publican regularmente, incluyendo las bases de datos anonimizadas.

Además de las pruebas, las estadísticas educativas y los estudios sobre deserción y culminación de ciclos educativos también aportan información relevante para analizar los problemas de la educación en matemática.

¿Es más difícil aprender matemática que otras materias?

El aprendizaje de la matemática presenta algunos desafíos que la diferencian de otras asignaturas. En las referencias internacionales [1, 2, 5, 11] se distinguen algunas características que se resumen a continuación.

Naturaleza abstracta de los conceptos matemáticos. La matemática se construye sobre ideas abstractas, como el número y las operaciones, que son independientes de cualquier experiencia particular. Esta abstracción, que es potente por su generalidad, obliga a los alumnos a ir más allá de una interpretación concreta; ese proceso es desafiante y lleva tiempo. Por el contrario, otras materias tratan objetos concretos y fenómenos más tangibles, o incluso directamente observables en el aula o en la vida diaria.

Aprendizaje jerárquico y mutuamente dependiente. A menudo, la matemática tiene una estructura conceptual jerárquica, donde se necesita comprender bien un nivel para entender los conceptos de niveles más avanzados. Las abstracciones desarrolladas a un nivel se usan como base para elaborar otras abstracciones, en niveles superiores. Si los conceptos de base no se comprendieron bien, el progreso hacia temas más avanzados se vuelve difícil. Incluso, si ese conocimiento previo no quedó bien asimilado, puede interferir con los conceptos nuevos. Esta interconexión impide que el estudiante se pueda “reenganchar”, cuando le quedaron asuntos previos sin aprender. En otras materias, los temas pueden estar más desconectados entre sí, y una laguna parcial en general no impide comprender lo que viene después.

Hay múltiples niveles y tipos de representación de la misma idea. Las ideas matemáticas se pueden expresar de diferentes maneras que son equivalentes, con números, palabras, símbolos, o gráficos. Un ejemplo sencillo son las representaciones decimales y fraccionales de un mismo número. La equivalencia entre las distintas representaciones no siempre es evidente para el alumno, que necesita poder manejarlas y traducir entre ellas. En cambio, otras materias representan sus objetos de manera más uniforme, como el texto para el lenguaje, o la representación visual en el arte plástico.

Complejidad de los sistemas numéricos. A medida que el alumno progresa, se encuentra con sistemas numéricos cada vez más complejos. De los números naturales pasa a los enteros, y luego a los números racionales (que agregan la complicación de la representación doble, tanto por fracciones como por decimales); luego a los números reales y, en los niveles avanzados, a los números complejos.

Énfasis en reglas y procedimientos. Tradicionalmente, la educación matemática (sobre todo en los primeros años) se ha enfocado en memorizar procedimientos, sin pretender necesariamente una comprensión profunda de los conceptos. Aunque la fluidez operativa

es importante, si no se tiene firme el fundamento conceptual pueden aparecer dificultades al aplicar el conocimiento a nuevas situaciones, y es más fácil olvidar lo aprendido. En cambio, si de entrada se enfatiza la comprensión y el pensamiento crítico, se puede lograr un aprendizaje más robusto y duradero.

Transición desde la aritmética al álgebra. El pasaje de la aritmética al álgebra se identifica como una valla importante. El álgebra introduce manipulaciones simbólicas, más abstractas, y trabaja con relaciones más que con resultados numéricos. Los estudiantes pueden tener dificultades con ese cambio de enfoque y con el mayor nivel de abstracción.

Precisión del lenguaje. El lenguaje matemático es muy conciso y preciso, con una elevada densidad léxica. Hay pocas palabras redundantes, y requiere una lectura cuidadosa e interpretada. Los estudiantes que tengan limitaciones para comprender el lenguaje tendrán dificultades para entender las expresiones y los enunciados de la matemática.

Factores culturales y de actitud. El aprendizaje se puede perjudicar cuando hay actitudes negativas hacia la matemática, o si se cree que la habilidad matemática es innata, en vez de algo que se puede adquirir con el esfuerzo y la práctica, como otras habilidades. Por otra parte, el entorno social no siempre valora la importancia de aprender matemática al mismo nivel que otros temas, especialmente en los primeros años, y puede transmitir actitudes negativas. Los propios docentes pueden transmitir, involuntariamente, prejuicios y estereotipos negativos a sus alumnos y a las familias.

La educación matemática como preocupación internacional

Los informes de las referencias señalan las debilidades en el desempeño matemático en distintos países; en todas partes, los estudiantes pueden tener dificultades para comprender conceptos matemáticos básicos y aplicarlos a situaciones concretas. Se trata de una dificultad universal, que ha motivado la preocupación internacional y la búsqueda de estrategias de mejora. La preocupación existe también en la propia comunidad matemática: una comisión de la Unión Matemática Internacional (IMU), la ICMI⁷, es un importante organismo que actúa internacionalmente con un foco en la educación matemática.

La preocupación a nivel de las políticas públicas se origina en varios factores, entre ellos la globalización de los mercados, el desarrollo de las tecnologías de la información, y la consiguiente necesidad de que los países tengan una fuerza laboral con suficiente formación en matemática, para tener una economía competitiva. A continuación, se presentan algunas evidencias de esta preocupación internacional [1,8,9,21,22].

⁷ International Commission on Mathematical Instruction, <https://www.mathunion.org/icmi>

Se han desarrollado varios estudios internacionales sobre el logro de estudiantes en matemática, entre ellos LLECE⁸, TIMMS⁹ y PISA¹⁰. Aunque el objetivo de estos estudios es medir el desempeño para identificar oportunidades de mejora, inevitablemente sus resultados se interpretan de manera competitiva, generando considerable atención y preocupación. Por ejemplo, en general la república de Corea ha obtenido buenos resultados, mientras que el desempeño de EE. UU. ha estado en el promedio internacional, o por debajo. La comparación de resultados entre países suele disparar discusiones sobre la efectividad de los sistemas educativos y las prácticas docentes.

Aunque las diferencias sociales y culturales hacen que sea inconveniente copiar las “buenas prácticas” de otros países, es posible examinar cómo se trabaja en la educación matemática en sistemas educativos que tienen mejores desempeños, para tratar de generar ideas aplicables en la propia realidad; ver por ejemplo [9]. Las comparaciones internacionales son muy amplias y van mucho más allá de identificar “mejores prácticas” esquemáticas: apuntan a comprender mejor la profesión docente, la currícula y las políticas públicas en otros países. Tienen una larga tradición [22], que precede en mucho a las actuales pruebas internacionales.

Muchos países establecen procesos periódicos para revisar el currículum de la enseñanza obligatoria; algunos, como Inglaterra o los Países Bajos, crearon centros nacionales o institutos específicos dedicados a la investigación y desarrollo del currículum de matemática.

La formación inicial (previa al servicio) y el desarrollo profesional de los docentes son temas importantes en la comparación internacional de políticas. Las referencias [9] y [21], p. ej., comparan la formación de docentes en EE. UU., Corea y Finlandia destacando las diferencias de estructura, de contenidos y de la forma en que se integra la pedagogía en la formación.

Pistas a partir de las evaluaciones estandarizadas

Las evaluaciones internacionales y las pruebas nacionales de INEE (Aristas) están diseñadas para medir el desempeño en matemática de los alumnos, ya sea en relación con la currícula escolar (LLECE, TIMSS y Aristas) o con su aplicación en situaciones de la vida real (PISA). Permiten comparar diferentes entornos educativos y los resultados de los alumnos entre diferentes países, o entre segmentos dentro de un mismo país. Pueden revelar brechas de desempeño y relacionarlas con factores como la ubicación y las características de las escuelas, los contextos socioeconómicos, la extraedad o el género. Los estudios de PISA y del INEE también recogen datos sobre la actitud de los estudiantes hacia la matemática y hacia sus entornos educativos.

Los resultados de las pruebas generan datos valiosos para comparar el desempeño entre distintos sistemas o regiones y para destacar disparidades, que se pueden correlacionar

⁸ Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación, <https://www.unesco.org/es/fieldoffice/santiago/expertise/llece>

⁹ Ver p.ej. el Third International Mathematics and Science Study, disponible en <https://nces.ed.gov/timss/>. Uruguay no participa en TIMSS.

¹⁰ Programme for International Student Assessment (PISA), <https://www.oecd.org/en/about/programmes/pisa.html>

estadísticamente con características de los alumnos, del centro o de los docentes, y con factores contextuales. Permiten analizar el desempeño relativo de alumnos de diferentes contextos y orientar la investigación hacia factores subyacentes, como por ejemplo los perfiles docentes y los contextos socioeconómicos y culturales.

Sin embargo, la correlación de esos factores con el desempeño no implica que estén causando los desempeños que se miden. En el mejor de los casos, las correlaciones pueden generar hipótesis o conjeturas, que ameritan estudios posteriores. Aunque se puede investigar el peso estadístico relativo de los factores, discernir su interacción causal es un asunto más complicado.

¿Qué factores influyen en el aprendizaje de la matemática?

Las fuentes internacionales relevadas [1, 9, 11, 14, 15, 16, 19] señalan que tanto los docentes como el contexto externo a la institución educativa tienen un impacto significativo en el aprendizaje de matemática. Los docentes influyen en el aprendizaje en el salón de clase con sus actitudes, conocimientos, habilidades y prácticas, mientras que los factores extraescolares crean desafíos y oportunidades diversas para los alumnos. Aunque es difícil medir la calidad de la docencia, se puede afirmar que las prácticas de enseñanza no son homogéneas y que influyen en los resultados de los estudiantes.

Las pruebas internacionales (y también los resultados nacionales de INEE [6]) sugieren algunas ideas para profundizar en estos efectos.

Impacto de los docentes. Los docentes se identifican, en general, como la influencia principal en el aprendizaje al nivel del salón de clase y de la escuela. Necesitan entender la matemática, pero también deben saber cómo la aprenden sus alumnos. Deben conocer y manejar prácticas que promuevan el aprendizaje en el entorno del salón de clase. Necesitan también comprender los antecedentes y los conocimientos previos de sus estudiantes.

La referencia [25] revisa los aspectos conocidos y lo que aún no conocemos sobre la calidad de la docencia de matemática. La docencia efectiva depende del conocimiento que tiene el docente, y de cómo trabaja el contenido matemático con las herramientas que tiene disponibles. Un componente central de la docencia efectiva es poder administrar el tiempo durante la clase y jerarquizar los temas clave; pero la efectividad también depende de la atención que el docente le puede dedicar a sus estudiantes, y del compromiso de los propios estudiantes.

Las fuentes examinadas afirman que, en sistemas institucionalmente diversos como el de EE. UU., el logro de los estudiantes está fuertemente relacionado con la preparación y la calificación de sus docentes [1, 8, 24], a veces en mayor medida que con otros factores como el tamaño promedio de la clase [19] o el gasto por alumno [1].

Las creencias de los docentes sobre la matemática, y sobre cómo se aprende la materia, también tienen un impacto significativo sobre su práctica. Por ejemplo, un docente que percibe a la matemática como un conjunto de reglas y procedimientos puede enfatizar la memorización de procedimientos, más que la comprensión conceptual.

Las expectativas de los docentes, sobre sus estudiantes y la matemática que pueden aprender, también pueden influir sobre la motivación de los estudiantes.

Un aspecto especialmente importante es la imagen que transmiten los docentes sobre la matemática y su rol social. Es necesario evitar que, inadvertidamente, perpetúen prejuicios y estereotipos sociales sobre la matemática y su aprendizaje, especialmente en las etapas más tempranas de la educación.

Impacto del contexto extraescolar. El aprendizaje ocurre dentro de un medio cultural y social. El estrato socioeconómico de los alumnos y su pertenencia a grupos culturales influye en cómo se puede ligar la matemática a su vida diaria. Los grupos sociales a los que pertenece el alumno pueden influir sobre el desarrollo de las capacidades matemáticas.

Las experiencias de la infancia, moldeadas por el conocimiento de los padres y sus creencias sobre la matemática, juegan un rol crucial en las diferencias que se observan más adelante. Los niños que provienen de los estratos socioeconómicos más bajos pueden estar asistiendo a centros educativos con menos recursos; pero, dentro de un conjunto de centros similares, también aparecen diferencias según el contexto individual del alumno. En efecto, en los informes de INEE [16, 17] se puede apreciar que, dentro de un conjunto de centros educativos de similares contextos, los factores culturales y socioeconómicos individuales de cada alumno se correlacionan con los resultados de sus pruebas.

Estas reflexiones sugieren que simplemente asignar más recursos materiales a los centros que atienden poblaciones de estratos menos favorecidos puede ser insuficiente para reducir inequidades. En esos contextos, se necesita además desplegar estrategias especiales, para el desarrollo profesional de los docentes y para un apoyo más individualizado a los alumnos.

También pueden existir diferencias en las actitudes hacia la matemática de los alumnos y de sus padres, según la ubicación de la escuela (urbana, suburbana, o rural), o las diferentes regiones de un país. Esas diferencias de actitud, que varían entre los distintos países, pueden afectar los resultados educativos.

¿Es conveniente intentar adoptar las prácticas de docencia en matemática que funcionan bien en otros países?

Las prácticas docentes y las currículas difieren en los distintos países. Las características generales de los sistemas educativos, como el grado de centralización y de acceso a la educación, o la organización de las instituciones, pueden condicionar la manera en que se enseña y aprende la matemática.

Las fuentes relevadas [1, 3, 9, 19, 21, 26] insisten en la inconveniencia de intentar trasplantar prácticas docentes entre países, sin una profunda reflexión previa. En efecto, la educación matemática se inserta en la matriz cultural y organizativa propia del país, de la región y del contexto social. El aprendizaje y la enseñanza no son actividades aisladas; vienen moldeadas por normas sociales, creencias, valores y contextos históricos. A

continuación, se señalan algunos elementos que destacan la importancia del contexto, cuando se considera la transferencia de prácticas docentes entre distintos países.

Valores y creencias diferentes. No todas las sociedades valoran igualmente la educación, y esa valoración condiciona las prácticas que se pueden adoptar. Una sociedad donde todos los docentes están bien calificados, los niños asisten regularmente a su centro educativo, y las familias y la sociedad entera priorizan la educación, puede manejar prácticas diferentes a las de otra sociedad que carece de esos elementos.

En aspectos más concretos de la educación matemática, los padres, docentes, y alumnos de distintos países tienen distinta valoración del trabajo duro, la importancia de la matemática, y lo que significa una enseñanza y aprendizaje efectivos. Por ejemplo, el énfasis en la memorización, en la comprensión conceptual, y en el logro individual o en el trabajo colaborativo pueden variar mucho entre países. Una práctica docente que se alinea bien con los valores y creencias de una cultura puede chocar en otra cultura, generando resistencias que anulan la efectividad en el nuevo contexto.

Diferentes sistemas educativos y estructuras organizativas. Los países difieren mucho en su grado de centralización de políticas educativas, en la organización y los tipos de centros educativos, en el grado de acceso a la educación, y en el prestigio de los docentes en la sociedad. Además, hay muchos factores organizativos que influyen sobre las prácticas docentes, entre ellos la estructura del día escolar, la forma en que se arman los grupos, el rol de los tests estandarizados y los recursos disponibles para los docentes. Por ejemplo, una práctica que funciona bien en un sistema centralizado, con buenos recursos, podría fracasar completamente en un sistema descentralizado que tiene recursos limitados.

Variaciones en el profesionalismo y la preparación de los docentes. La preparación, el desarrollo profesional y la cultura de la docencia pueden variar dramáticamente entre distintos países. En algunos países, los docentes mantienen una intensa colaboración entre sí, investigan y llevan adelante desarrollo profesional por su propia iniciativa. En otros, la docencia puede ser una profesión más aislada, con menos énfasis general en la formación continua y la práctica compartida. Una práctica docente que se basa en la colaboración entre docentes y en una comunidad profesional fuerte no se adoptará fácilmente en otro contexto donde esas estructuras son débiles, o no existen.

Diferencias curriculares. Los objetivos de aprendizaje, métodos de enseñanza y prácticas de evaluación de la matemática pueden variar significativamente entre países. Una práctica diseñada en un país, para una currícula en particular, puede estar desalineada con los objetivos y contenidos de otro país.

Características de la población estudiantil. Las poblaciones estudiantiles en distintos países tienen procedencias y antecedentes muy variados, con distintos conocimientos previos y distintas experiencias de aprendizaje. Una práctica que funciona con una población homogénea puede fallar (o no ser equitativa) en otro país que tiene un cuerpo estudiantil muy diverso o móvil. Otros factores, como la diversidad idiomática, también pueden jugar un rol importante.

Riesgo de sobresimplificar. Las comparaciones internacionales son útiles para generar conjeturas, pero sería un error suponer una relación causal simple entre una práctica determinada y el desempeño de los estudiantes. El sistema educativo de cada país es

una red muy compleja de elementos que interactúan; adoptar una práctica aislada sin considerar su contexto puede generar consecuencias imprevistas.

En resumen, intentar trasplantar una práctica exitosa sin considerar cuidadosamente el contexto cultural, sistémico e histórico del país receptor arriesga un desajuste, que puede minar la efectividad de la práctica e incluso crear confusión y consecuencias negativas. Es mejor tratar de comprender los principios subyacentes a esa práctica, y adaptarlos de forma meditada y bien reflexionada, según el contexto y las necesidades específicas del nuevo entorno. Como dice una fuente [9], *“es un error pensar, o implicar, que hay un tipo de educación que sirve para todas las naciones...”* *“La comparación entre países es un espejo para la reflexión, no un plano para la mejora”*.

¿Cuánta matemática necesitan saber los docentes?

Según las fuentes consultadas [1, 2, 5, 8, 11, 15], hay un consenso general en que los docentes deben saber matemática por encima del nivel en el que van a enseñar. A continuación, se resumen los argumentos aportados por estas fuentes.

Comprensión más profunda de los conceptos fundamentales. Los docentes necesitan comprender en profundidad la matemática que figura en la currícula escolar, y los principios que están detrás de esos contenidos. Esto va más allá de conocer bien los procedimientos operativos: los docentes necesitan entender profundamente la base conceptual.

Las fuentes indican que, a veces, los docentes tienen una comprensión débil y superficial de la matemática en general y del contenido que enseñan. Por ejemplo, un maestro puede saber perfectamente cómo realizar la multiplicación con números de muchos dígitos, pero quizás no domina el concepto subyacente del valor de la posición numérica.

Explicar y desempaquetar las ideas. Los docentes deben poder explicar, ejemplificar y “desarmar” las ideas matemáticas abstractas, para que los conceptos subyacentes queden visibles para los estudiantes. Esto requiere un tipo distinto de conocimiento matemático del que normalmente se aprende en los cursos universitarios estándar, que en general están diseñados para quienes van a campos técnicos. En efecto, esos cursos a menudo comprimen las ideas matemáticas en formas más abstractas, mientras que la docencia al nivel escolar o de la enseñanza media necesita el enfoque inverso: partiendo de las ideas abstractas, expandirlas y ejemplificarlas de distintas maneras, para que sean más accesibles. Para lograr eso, los docentes deben comprender las distintas interpretaciones de los objetos matemáticos que enseñan y de las operaciones que los manipulan, así como de la forma en que sus alumnos pueden encarar mejor esos conceptos a distintas edades.

Anticipar el pensamiento y las dificultades de los alumnos. Cuando dominan la matemática por encima del nivel en que deben enseñarla, los docentes pueden anticipar mejor las probables confusiones, dificultades y errores de los estudiantes. Necesitan también comprender cómo sus alumnos incorporan y expresan las ideas matemáticas, poder diseñar respuestas adecuadas y repreguntas de seguimiento, y conocer los procesos típicos que siguen sus alumnos al incorporar habilidades matemáticas.

Usar el conocimiento en la práctica, de manera flexible. Los docentes necesitan poder evaluar y adaptar los materiales de instrucción, representar el contenido de maneras accesibles, planear y llevar a cabo las actividades educativas, y evaluar el aprendizaje de sus alumnos. Esto incluye la capacidad de modificar problemas y ejercicios, crear nuevas actividades y decidir qué se va a hacer en una clase, con suficiente flexibilidad.

Comprender el horizonte de su matemática. Los docentes necesitan conocer, además de la matemática que enseñan, los horizontes de ese conocimiento; es decir, a dónde lleva esa matemática y hacia dónde van sus alumnos con ella, tanto para otros niveles de matemática como para la aplicación en otras materias. La conciencia de esas conexiones con otras ideas matemáticas y científicas es importante para construir una coherencia entre los diferentes cursos y niveles.

Sensibilidad matemática. La sensibilidad matemática de los docentes les ayuda a interpretar los esfuerzos de sus estudiantes. Deben poder apreciar cómo se genera el conocimiento matemático y cómo se justifica. Para los docentes de primaria, es útil volver a revisar los temas elementales desde un punto de vista más avanzado para generar confianza, gracias a una apreciación profunda de la matemática que van a enseñar.

Limitaciones de los cursos universitarios estándar. En muchos países la formación docente se realiza en universidades. Los cursos universitarios de matemática tienen limitaciones, cuando se consideran desde el punto de vista de la formación de docentes. Simplemente tomar más cursos de matemática, a nivel universitario o avanzado, no va a equipar automáticamente a los docentes con el conocimiento que necesitan para poder enseñar. Estos cursos a menudo manejan temas alejados de la currícula de primaria y enseñanza media, y no siempre enfatizan las bases conceptuales que necesitan los docentes.

El conocimiento matemático que se necesita para enseñar incluye la estructura subyacente de la matemática que se va a enseñar, cómo se relacionan los diferentes conceptos, y cómo los alumnos aprenden esos conceptos. Ese conocimiento especializado es necesario para desarrollar mejor las capacidades de los alumnos.

¿Cómo se forman los docentes de matemática en los diferentes países?

La formación de los docentes de matemática varía en diferentes países, según el lugar donde se desarrolla esa formación y los requisitos de titulación. A continuación se resumen algunos ejemplos internacionales [1, 2, 3, 9, 21]. En la sección 2 de este documento se resumen las trayectorias de formación en nuestro país.

En **Argentina**, la formación docente para el nivel primario y secundario se realiza típicamente en instituciones terciarias no universitarias. Sin embargo, algunas universidades ofrecen títulos que habilitan la docencia. En algunas universidades existen proyectos para coordinar los cursos de licenciatura en matemática con los de formación docente en matemática, para facilitar el pasaje entre ambos tipos de programas.

La formación docente incluye cursos en áreas pedagógicas, como didáctica, psicología, sociología de la educación, entre otros, y menos carga de matemática que la licenciatura universitaria.

En **Francia**, los futuros docentes de matemática en secundaria típicamente se gradúan previamente en matemática en una universidad. No existe un programa tradicional, integrado. La selección para ser docente se basa principalmente en exámenes nacionales competitivos (CAPES), de certificación, que examinan el conocimiento matemático. Para acceder a la competencia CAPES, se necesita en general haber completado una *Licence* (típicamente, 3 años de estudios universitarios). Luego de ser seleccionados, los docentes se forman en las dimensiones profesionales en institutos universitarios para la formación docente (IUFM). Estas son universidades profesionales, enlazadas con universidades a través de acuerdos, que ofrecen formación pre-servicio y en servicio para todos los docentes.

La preparación para rendir la prueba de CAPES a menudo se hace en conjunto, por parte de los IUFM y las universidades, con el primer año de la formación enfocado principalmente en matemática. La formación en los IUFM incluye también materias sobre la docencia de matemática (con aspectos didácticos y epistemológicos), además del entrenamiento profesional general.

En **Finlandia**, la formación docente es bastante uniforme en todo el país; hay varias universidades que la ofrecen. El gobierno exige que todos los docentes tengan por lo menos un título de maestría. La formación de docentes, tanto para el nivel primario (grados 1-6) como para materias en el nivel secundario (grados 7-12) lleva 5 años de estudios universitarios, es decir 3 para el título de grado y 2 adicionales para la maestría.

Los docentes de primaria se gradúan en Educación (Ciencias de la Educación o Psicología Educativa), y en estudios multidisciplinarios. Deben tomar cursos sobre cómo se enseñan y aprenden diferentes materias, incluyendo la matemática elemental. Algunos docentes obtienen un “minor” en matemática, que los califica para enseñar matemática en el nivel secundario inferior.

En la secundaria superior, los docentes de matemática deben graduarse en matemática y tener un “minor” en Educación (estudios pedagógicos) y en otra materia de la secundaria. Esto los habilita para enseñar esas dos materias en el ciclo secundario.

Existen también instituciones especializadas de formación docente, que ofrecen formación basada en la investigación y educación continua. Los docentes de esos programas supervisan a los candidatos a docentes y ofrecen formación en servicio.

En la república de **Corea**, los candidatos a docentes en escuelas públicas deben ser admitidos a un instituto de formación docente, al graduarse de la secundaria, como primer paso. En ese instituto completan su educación y se gradúan como docentes certificados. Finalmente, deben pasar una prueba de empleo, para ser contratados por las oficinas de educación metropolitanas y de provincias. Los docentes se contratan inicialmente como “*second-rank teachers*”, y deben completar un entrenamiento de certificación (*qualification training*) antes de alcanzar el nivel final de docencia.

Los maestros de primaria se certifican como generalistas, para enseñar todas las materias, pero los estudiantes que se preparan para la docencia en niveles superiores a la primaria se gradúan en una materia al nivel universitario (p.ej. en Educación Matemática).

La deserción durante la formación docente es muy reducida, y la admisión para los programas de formación y para el empleo es fuertemente competitiva.

En el **Reino Unido**, la preparación para enseñar matemática en la escuela primaria es a menudo diferente que para el nivel secundario. Se reconoce que, para enseñar al nivel primario, lo importante es comprender a los niños, mientras que en el nivel secundario se considera prioritario dominar la materia, con menos énfasis en la pedagogía.

La formación enfatiza la práctica profesional. Los requisitos varían a lo largo del país. En las universidades, la formación de los docentes incluye, en general, los mismos cursos de matemática que se requieren para otras carreras. El equilibrio entre contenido matemático y pedagógico en la formación está en revisión permanente: considera la matemática como tema de estudio, junto con su aplicación en el contexto del salón de clase, el conocimiento pedagógico general y la práctica docente real. Se destaca que el interés político para comparar su sistema con los modelos de otros países viene desde el siglo XIX [22].

En los **Estados Unidos**, para enseñar en la mayoría de las escuelas públicas se necesita un título de grado y un diploma (*certificate*) de docencia. Los diplomas de docencia son otorgados por cada estado, generalmente sobre la base de cursos específicos en el grado universitario y experiencia en el campo educativo. Algunos estados también requieren un examen de certificación u ofrecen rutas alternativas para la certificación, para personas cuyo título de grado no tiene contenidos específicos, o que carecen de experiencia docente. Los requisitos con respecto al título de grado varían entre los distintos estados.

Los programas de formación docente han separado tradicionalmente el conocimiento de la matemática de su pedagogía, ofreciendo en las universidades cursos diferentes para esos dos temas. Los candidatos a docentes a menudo toman cursos de matemática en los departamentos de Matemática y cursos de pedagogía en los departamentos de Educación. Las universidades están explorando formas de conectar el contenido matemático y la pedagogía, y de ofrecer prácticas docentes más tempranas e intensas en las escuelas.

Los diferentes estados promueven que los “*community colleges*” de dos años (que otorgan *associate degrees*) tengan un rol mayor para reclutar a los futuros docentes de primaria y secundaria inferior, y que ofrezcan cursos de matemática a nivel universitario.

Los requisitos para docentes de matemática en secundaria incluyen contenidos matemáticos y pedagógicos generales, conocimiento de la pedagogía de la matemática, y conocimiento de la currícula matemática. Algunos estados tienen requisitos similares para la docencia en primaria.

La formación docente varía de forma significativa entre distintos estados, e incluso dentro de un mismo estado. Hay programas de 2 y 4 años, así como programas alternativos no universitarios.

Observando el conjunto de estos países, se puede decir que hay un reconocimiento cada vez mayor de la necesidad de docentes de enseñanza media que tengan una formación

matemática fuerte, junto con el conocimiento pedagógico específico para enseñar matemática. También hay un énfasis creciente en que la formación docente tenga lugar en ambientes universitarios o en colaboración cercana con ellos, avanzando hacia la exigencia de un título de grado, y a veces de posgrado, para la docencia en matemática. Las comparaciones internacionales, por ejemplo [9, 21], muestran diferentes estructuras para la formación docente y distintas expectativas sobre el perfil profesional de los docentes.

¿Qué tipo de estrategias de clase son recomendables para el aprendizaje productivo de la matemática?

Para completar esta revisión internacional, se presentan ejemplos de estrategias que las fuentes utilizadas recomiendan para la docencia de matemática. Las fuentes [1] y [5] tienen una cantidad de ejemplos para distintos niveles; en [9,11,21 y 26] aparecen también ejemplos. A continuación se resumen algunas de esas actividades, que se pueden consultar en mayor detalle en dichas referencias.

Resolver problemas en un contexto. Presentar a los estudiantes problemas del mundo real, o en contextos realistas, que los obliguen a modelar situaciones y hacer operaciones aritméticas para resolver una situación. Por ejemplo (al nivel escolar), comparar el precio de un ítem por unidad o kg en una góndola o en un comercio, en distintas presentaciones. Estos ejemplos pueden ayudar a motivar a los estudiantes.

Plantear tareas con múltiples métodos de resolución, y múltiples representaciones. Colocar problemas que pueden resolverse con un amplio rango de métodos, y que alienten a usar distintas representaciones (dibujos, materiales físicos, soluciones numéricas o representaciones verbales). Una forma de estimular la discusión en clase y mejorar la comprensión puede ser alentar a los estudiantes a que presenten y expliquen su procedimiento, y que ensayen los métodos encontrados por otros estudiantes. Al examinar la diversidad de enfoques, se logra acercar a los estudiantes al trabajo matemático, y se puede contemplar la manera en que cada estudiante aprende mejor.

Analizar el trabajo y el razonamiento de los estudiantes. Usar ejemplos de trabajo de los estudiantes (tanto para soluciones correctas como incorrectas) como parte de la lección. Alentar a que los estudiantes expliquen su razonamiento y justifiquen el procedimiento usado; analizar en el grupo las ventajas y desventajas de cada procedimiento.

En esta tarea, es muy importante no estigmatizar a los estudiantes que puedan cometer errores; el error y su recuperación son una parte integral del aprendizaje. Pueden traerse ejemplos de trabajos ficticios con errores (“*Otro grupo tuvo este resultado, ¿les parece que está bien? ¿Por qué? ¿Pueden fundamentar su opinión?*”). En matemática, la comunicación y argumentación son importantes. Al explicar su razonamiento, los estudiantes se ven obligados a recurrir a sus conocimientos y argumentar; ese proceso les ayuda a lograr un aprendizaje en profundidad.

Resolver problemas en parejas o grupos pequeños. Hacer que los estudiantes trabajen entre ellos para generar ideas, cuestionar el razonamiento de otros, y desarrollar soluciones, ya sea para resolver un problema o para hacer una demostración. Al valorar

los métodos y opiniones diferentes, de sus pares, se contribuye a que los alumnos desarrollen confianza en su propia capacidad.

Usar objetos físicos y representaciones digitales. Se pueden usar objetos físicos o representaciones con herramientas tecnológicas, para trabajar las ideas matemáticas y enlazar el conocimiento informal de los alumnos con las abstracciones. Esas actividades pueden ayudar a revelar el mecanismo subyacente a los procedimientos y a comprender mejor las ideas abstractas.

Proponer tareas e investigaciones abiertas. Colocar preguntas abiertas y tareas que admiten múltiples enfoques y soluciones. Cuando estas preguntas o tareas son propuestas por los propios estudiantes, se fomenta también la iniciativa y un compromiso mayor del alumno. En particular, se puede trabajar la “alfabetización estadística”, analizando conjuntos reales de datos para encontrar relaciones, generar gráficos y estimar magnitudes.

Asignar deberes que obligan a reflexionar, o preparan para lecciones futuras. Se pueden asignar deberes que no consisten solamente en repetir una práctica de procedimientos, sino que obliguen a reflexionar sobre las estrategias de resolución, o preparen a los alumnos para la próxima lección. Por ejemplo, examinar cuál estrategia entre varias sería “la mejor” para atacar un problema determinado, preparando una futura discusión en clase sobre ese problema.

Estos ejemplos muestran algunos principios generales: enfatizar resolución de problemas, orientar el razonamiento, comunicar y argumentar, conectar las ideas matemáticas con las representaciones, y desarrollar una actitud positiva hacia la matemática.

Ejemplos de ejercicios concretos

Para complementar el punto anterior, de las fuentes examinadas [1, 9, 12, 13, 21, 26] se extraen algunos ejemplos más detallados, para distintos niveles educativos. El informe GIEM [55] incluye también un excelente ejemplo.

Analizar y comparar representaciones algebraicas de conceptos geométricos. Presentar una figura geométrica, p.ej. un rectángulo con lados a y b y pedirles que calculen su perímetro de múltiples maneras, que den expresiones algebraicas equivalentes, verificando con los valores numéricos. Por ejemplo, para $(a, b) = (4, 7)$ o sea, un rectángulo de 4×7 , los estudiantes podrían encontrar expresiones como $2(7 + 4)$, $(2 \times 7) + (2 \times 4)$, o $7 + 7 + 4 + 4$. Esta tarea ayuda a comprender la equivalencia de expresiones algebraicas y aritméticas y las propiedades subyacentes, pero también sugiere la validez de distintas estrategias para atacar un problema. Los estudiantes pueden luego discutir por qué las expresiones son equivalentes y cómo se relacionan con las propiedades geométricas del rectángulo.

Modelar escenarios reales con funciones y analizar sus representaciones. Plantear un escenario del mundo real (p.ej. crecimiento poblacional, trayectoria de un proyectil, interés compuesto), y encargarles que desarrollen un modelo matemático usando funciones. Esto puede involucrar recolectar datos, determinar el tipo de función adecuado, y expresarlo por medio del álgebra, de gráficos y con una explicación verbal.

Los estudiantes pueden analizar luego las propiedades de la función (dominio, rango, raíces, ...) e interpretar su significado, en el contexto de la situación real. Esta actividad enfatiza la competencia estratégica de formular problemas, la comprensión conceptual de las funciones y la capacidad de conectar distintas representaciones.

Tareas de justificación y demostración. Proponer a los estudiantes afirmaciones matemáticas o conjeturas, y pedirles que determinen si son siempre ciertas, ciertas bajo determinadas condiciones, o falsas, dando explicaciones convincentes o pruebas formales para sustentar su razonamiento. Por ejemplo, la afirmación: “el cuadrado de un número es siempre mayor que el número”, o explorar las condiciones bajo las cuales ciertas propiedades geométricas se cumplen. Este tipo de tarea desarrolla el razonamiento matemático, la capacidad de justificar afirmaciones, y una comprensión de la estructura matemática. Un paso adicional es realizar la actividad discutiendo en grupos donde los alumnos presentan y critican los argumentos.

Diseñar y analizar soluciones a problemas abiertos. Plantear problemas abiertos, o no suficientemente definidos, que obliguen a los estudiantes a explicitar suposiciones adicionales, explorar posibles enfoques y desarrollar sus propias estrategias de solución. Por ejemplo, se puede presentar una situación con información limitada (como p.ej. planear un evento dado un presupuesto, u optimizar las dimensiones de un contenedor) y pedir que formulen el problema, identifiquen la información necesaria, elijan la herramienta matemática a utilizar, y presenten su solución, justificando sus suposiciones y elecciones. Esta actividad promueve la formulación de problemas, la capacidad de plantear estrategias, y el razonamiento adaptativo.

Usar tecnología para explorar y visualizar. Se puede integrar tecnología como p.ej. planillas electrónicas, graficadores, sistemas de geometría o sistemas de álgebra por computador, para que los alumnos exploren conceptos complejos y visualicen relaciones. Usando esas herramientas, los estudiantes pueden hacer gráficas para distintos tipos de funciones, explorar transformaciones de gráficas, examinar el comportamiento de un sistema geométrico o modelar conjuntos de datos. Pueden usar sistemas de álgebra para hacer manipulaciones simbólicas complejas, resolver ecuaciones, o analizar matrices, permitiendo que se concentren en entender los conceptos y las estrategias de resolución en vez de perderse en cálculos tediosos. Las actividades deberían alentar a que los estudiantes, luego de la exploración, articulen su idea matemática.

Al usar herramientas tecnológicas, se recomienda mantener el foco en la tarea pedagógica y en el contenido matemático que se desea incorporar. Si los alumnos deben usar una herramienta, se debe prever el tiempo necesario para que la conozcan bien y se puedan concentrar en el objetivo matemático del ejercicio, sin tener dificultades con la operación de la herramienta tecnológica.

¿Cuáles son las líneas generales de trabajo que se recomiendan para mejorar la enseñanza de la matemática?

De las fuentes examinadas, especialmente [1, 2, 5, 8, 9, 21], se pueden resumir algunas de las principales líneas de trabajo recomendadas.

Contenidos (currícula) y su organización. Los programas de estudio deben enfocarse en los conceptos matemáticos fundamentales y mantener continuidad entre los distintos grados y niveles. Es importante evitar contenidos dispersos y superficiales. Se recomienda buscar un foco conceptual, más allá de los procedimientos operativos (reconociendo su importancia básica).

Los materiales de instrucción para cada lección (es decir p.ej. los textos para el docente y los alumnos, las infografías y objetos físicos, las herramientas digitales, los ejemplos y los problemas que se plantearán) deben estar alineados con la currícula y encajar en una secuencia consistente. Estos materiales deberían explicitar, para el propio docente, no solamente cómo transmitir los conceptos matemáticos, sino también cómo sus alumnos los van a incorporar, incluyendo las confusiones y errores típicos y los métodos alternativos de resolución.

La resolución de problemas debe ser un elemento central, que sirva de contexto para aprender y conectar los diferentes conceptos.

Los significados y representaciones de los objetos y las operaciones matemáticas se deberían introducir y ordenar cuidadosamente, considerando cómo evolucionan al cambiar los objetos o dominios sobre los que se aplican.

Prácticas docentes y organización de las clases. La docencia debe intentar desarrollar las distintas facetas de la habilidad matemática, p. ej. según [1]:

- Comprensión de los conceptos, operaciones y relaciones.
- Fluidez de procedimientos; habilidad para realizar los procedimientos con flexibilidad, precisión, eficiencia y de manera correcta.
- Estrategia de resolución: capacidad de formular, representar y resolver problemas matemáticos.
- Razonamiento adaptativo: pensamiento lógico, reflexión, explicación y justificación.
- Actitud productiva: considerar la matemática como algo sensato, útil y valioso, junto con la confianza en las capacidades propias y en el valor de la diligencia.

Es necesario dedicar suficiente tiempo para desarrollar los conceptos y los métodos, no solo para practicar procedimientos. Los docentes deberían buscar que los alumnos generen ideas y luego construir sobre esas ideas, por medio de preguntas y discusión. La clase debe ir más allá de una “receta” para una operación; debe incluir métodos alternativos de resolución, relaciones entre los conceptos, justificación y argumentación. Idealmente, el entorno de clase debe funcionar como una comunidad de aprendizaje, en donde las ideas de los alumnos se valoran y la autoridad emana de la lógica.

Los docentes deben planear su clase para lograr los objetivos de aprendizaje, mediante un repertorio de técnicas pedagógicas, como por ejemplo anticipar las respuestas de los alumnos y saber cómo usar esas respuestas para avanzar con la clase.

Los alumnos deberían generar ellos mismos experiencias (p.ej. usando herramientas de cálculo) para investigar propiedades matemáticas, justificar métodos de resolución, y analizar situaciones de los problemas.

Al resolver problemas o al participar de actividades en la clase, los alumnos tienen que saber qué se espera de ellos. El docente debe poder ayudarlos a identificar sus

dificultades y a trabajar para superarlas. El *feedback* del docente debe ir más allá de lograr un procedimiento fluido: debe apuntar a la comprensión conceptual.

Una vez que se aprenden los procedimientos manuales o mentales, puede ser recomendable usar calculadoras y computadores, para agilizar la operativa y profundizar en el objetivo conceptual.

En relación con la formación y desarrollo profesional de los docentes. Los docentes son el elemento clave en el sistema educativo. En las fuentes hay una serie de ideas y recomendaciones compartidas, para mejorar su preparación y su desarrollo profesional.

El conocimiento matemático de los docentes debe ser profundo, y necesitan tener la capacidad de usarlo efectivamente. En un estudio [25] se concluyó que el conocimiento matemático tenía mayor impacto en los resultados de aprendizaje que la formación en pedagogía, para una muestra de docentes analizada (en Texas, EE. UU.); sin embargo, como se expresó antes, la formación de los docentes debe incluir no solo la matemática, sino también cómo la aprenden los estudiantes. En la formación de los docentes y en su desarrollo profesional deben existir oportunidades sistemáticas para reflexionar, criticar y justificar los métodos que usan para enseñar.

El desarrollo profesional de los docentes en ejercicio debería estar orientado a mejorar su capacidad de instruir. Se recomienda que sea de la mayor calidad posible, continuo y sostenido en el tiempo. La referencia [23] presenta ejemplos útiles para el desarrollo profesional de los docentes de matemática. Una herramienta que se menciona en diferentes fuentes es promover que distintos docentes colaboren entre sí, mediante grupos de estudio enfocados en construir una mejor práctica docente.

La formación docente debería verse como un proceso continuo durante toda la carrera profesional. Debe generar una actitud de indagación, que aliente a los docentes a analizar el aprendizaje de sus estudiantes y a refinar sus métodos.

La formación docente y el desarrollo profesional se deben orientar a la currícula específica que van a enseñar, proporcionando métodos y herramientas concretas para trabajar los distintos temas.

Además de la formación y el desarrollo profesional, los docentes necesitan apoyos e incentivos adicionales, especialmente al implementar actividades nuevas o al intentar integrar proyectos entre varias materias. En algunas referencias, se menciona la posibilidad de tener docentes especialistas en la enseñanza de matemática, que sirvan de apoyo a grupos de docentes de esa materia.

Sobre la forma de evaluar en matemática. Además de alinearse con la currícula, las evaluaciones deberían enfocarse en el desarrollo de la capacidad matemática en general, por oposición a obtener determinados resultados numéricos o apegarse a procedimientos prefijados. Las evaluaciones deben ayudar a identificar dónde se sitúa cada estudiante, en su progresión de aprendizaje. También deberían generar pistas para la mejora individual y grupal. En este sentido, debería avanzarse más allá de las evaluaciones sumativas, para dar un apoyo útil y oportuno a los alumnos que lo necesiten. Las evaluaciones formativas ayudan a mejorar el aprendizaje de la matemática, pero también pueden aportar información al docente para su planificación.

Si se utilizan pruebas externas de evaluación, los docentes deben estar bien informados sobre su contenido, su formato y sus limitaciones. Esas pruebas no deberían afectar el tiempo dedicado al aprendizaje.

Sobre líneas de trabajo a nivel del sistema educativo. Algunas de las líneas propuestas en las referencias se refieren a la implementación de cambios y políticas en los sistemas educativos. Se recomienda que, para mejorar el aprendizaje de matemática, los esfuerzos se coordinen entre todos los involucrados: docentes, padres y gestores públicos.

Los cambios de política deberían basarse en la evidencia que surge de las evaluaciones y de la investigación.

Es necesario mantener un foco en la educación matemática en todos los niveles del sistema, desde el nivel preescolar hasta la formación docente. La currícula, los métodos de instrucción y evaluación, la formación docente y la organización escolar deben estar alineados y coordinados, en un esfuerzo integral.

Según los estudios examinados, ¿a qué se debería apuntar para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática?

Resumimos los objetivos críticos de mejora que proponen las fuentes examinadas (especialmente [1], [5] y [8]).

1. Intentar que todos los estudiantes logren una competencia matemática suficiente.

Para alcanzar este objetivo, se necesita un desarrollo integral, equilibrado, de los componentes de la competencia matemática (según [1]: comprensión conceptual, fluidez procedural, generar estrategias de resolución, adaptar el razonamiento y mantener una actitud productiva). Se deben evitar enfoques extremos, p.ej. enfatizar excesivamente la invención individual o la automatización de procedimientos.

2. Implementar una currícula enfocada y coherente, junto con textos y materiales. La currícula debe desarrollarse con continuidad entre los años, en profundidad, y asegurar todos los componentes de la competencia matemática. En algunos países, podrían existir excesivas reiteraciones o tratamiento superficial de temas.

Los materiales de instrucción deben guiar y asistir, presentando (p.ej.) las confusiones comunes de los alumnos y métodos alternativos de resolución. Los textos deben apoyar la comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los propios maestros y docentes; deben cubrir los errores típicos y el proceso de pensamiento de los estudiantes, y ofrecer apoyo pedagógico, sugiriendo técnicas y actividades de clase.

3. Elevar la calidad de la docencia. La docencia debe desarrollar la capacidad matemática de los alumnos durante cada curso. En la clase, se debe dedicar suficiente tiempo a las ideas y los métodos, y no solamente a practicar operaciones. Es necesario hacer preguntas y disparar discusiones para generar pensamiento propio de los estudiantes y estrategias de resolución; el docente debe construir sobre esos elementos, afinando su precisión y claridad. Se deben explicitar las relaciones entre las expresiones matemáticas orales, escritas y simbólicas, los contextos de los ejercicios, y los métodos de resolución.

Lo que aprendan los alumnos dependerá de su propio esfuerzo, pero también y en gran medida de las oportunidades de aprendizaje que les brinden sus docentes: es decir, del conocimiento que tengan de sus estudiantes, de su propio conocimiento de la matemática y de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, y de las prácticas pedagógicas que implementen.

4. Aumentar la preparación y el desarrollo profesional de los docentes. Los docentes son la clave para mejorar la formación matemática. Su desarrollo profesional debe ser de gran calidad, continuo, desarrollado sistemáticamente, y entregado de manera accesible. Debería estar ligado a la carrera docente. Por su parte, las instituciones educativas deben apoyar el esfuerzo de desarrollo profesional, ofreciendo a sus docentes el tiempo y los recursos suficientes. Los docentes en formación necesitan cursos de matemática que se concentren en lograr una comprensión profunda de la matemática que van a enseñar, y también de cómo la aprenden sus alumnos. Algunas fuentes [2, 8, 15] recomiendan establecer colaboraciones explícitas de matemáticos con la función de formación docente.

5. Asegurar que las evaluaciones sean efectivas para el aprendizaje. La evaluación, ya sea por las pruebas del curso o por test externos, se debe enfocar en el logro de la competencia matemática. El resultado de cada evaluación se debe informar a los involucrados. Debe generar un *feedback* útil para los docentes y los alumnos; no conviene tratar esos resultados como un objeto de estudio despersonalizado, o únicamente para generar rankings. Se puede incluso crear un grupo independiente para analizar las evaluaciones y ayudar a que evolucionen hacia una medida confiable de las capacidades.

6. Enfatizar la investigación y la mejora basada en evidencia. Las acciones de mejora deben estar informadas por la evidencia obtenida por el método científico, y se debe evaluar sistemáticamente su efectividad. Se necesita desarrollar más investigación sobre la naturaleza, el desarrollo y la evaluación de las capacidades matemáticas. Los resultados de esa investigación se deben traducir en estrategias para mejorar las actividades de clase, los materiales, las evaluaciones y el uso de tecnología.

7. Promover la coordinación y el compromiso en el sistema educativo. Para que todos los alumnos alcancen el nivel deseado, puede ser necesario modificar la currícula, los materiales, la práctica de clase, la formación docente y el desarrollo profesional de los docentes. Estos cambios requieren una acción sistemática y coordinada de los agentes políticos, las instituciones de formación docente, los centros educativos, los propios docentes y las familias de los alumnos.

8. Establecer un foco especial en la matemática en la primera infancia y en la fase escolar. El aprendizaje en la fase preescolar y escolar, además de proporcionar fundamentos, afecta las actitudes posteriores hacia la matemática. Las fuentes señalan que es clave mejorar el aprendizaje entre los 3 y los 6 años, en la fase preescolar. Las experiencias matemáticas para esa franja etaria deben concentrarse en los números y la geometría, las relaciones espaciales y la medida. La modalidad de instrucción debe basarse en procesos bien investigados, y los docentes que actúan en la primera infancia deben tener disponible un excelente desarrollo profesional.

Sección 2. Relevamiento de la producción académica y los recursos nacionales

Se realizó un relevamiento (que no se pretende exhaustivo) de la producción académica nacional, a partir del material disponible en repositorios como Colibrí, SILO y Scopus. Se observó una producción nacional relativamente voluminosa sobre distintos temas vinculados con la educación matemática. Se han completado varias tesis de postgrado y de grado relacionadas con la educación matemática, además de algunos artículos arbitrados en publicaciones regionales o globales. Se dispone además de la información generada por el INEEd, en sus informes sobre las pruebas Aristas para primaria y educación media y en otros estudios.

En esta sección se resumen los principales temas de investigación de los grupos y autores nacionales, junto con las conclusiones de las tesis relevadas y de los informes sobre el resultado de las pruebas. Se presentan las características principales de los programas de formación de maestros y de profesores de educación media en matemática. Se resumen las conclusiones de la investigación nacional sobre el uso de las tecnologías digitales. Finalmente, se incluyen los resultados de investigaciones sobre el perfil de la población de docentes de matemática en la enseñanza media, y sobre las dificultades en su proceso de formación.

¿Qué temas principales se han investigado?

Integración de TIC [27, 30, 41, 52, 53, 54, 62, 66, 67, 68]. En esta línea de trabajo, que es de las más pobladas, se analizó el uso pedagógico de las TIC por parte de los docentes, especialmente en el contexto del Plan Ceibal. Se trató la implementación y el impacto de la integración, el perfil de uso de tecnologías entre los docentes de secundaria, los desafíos y oportunidades, y las orientaciones para guiar la incorporación de TIC. Se analizaron las prácticas docentes, sus creencias y los recursos que utilizan, así como los documentos producidos y otros informes sobre el tema.

Formación docente y desarrollo profesional [36, 39, 50, 60, 69]. Se analizaron diversos aspectos de la formación y el desarrollo profesional de los docentes de matemática. Se estudiaron los factores que afectan la duración de los estudios de formación docente, las razones para el rezago en la graduación y las percepciones de los docentes sobre su propia formación. También se investigó la incorporación de tecnología en la formación docente en cuanto a su frecuencia y objetivos, y las experiencias que ofrecen los formadores a los futuros docentes. Se exploró también la transición desde prácticas espontáneas a reflexionadas y el rol que juegan la teoría y la investigación en ese proceso, así como los modelos de docencia que aparecen en la formación inicial de profesores.

Evaluación [37]. Se estudiaron las prácticas de evaluación en enseñanza secundaria, en términos de los procesos cognitivos, formatos utilizados y contextos; las creencias y prácticas de los docentes con respecto a la evaluación, y los tipos de conocimiento evaluados. También se analizó el grado de alineación de la evaluación con las guías curriculares y con las demandas cognitivas de los distintos métodos de evaluación.

Factores que afectan el desempeño de alumnos y la inequidad educativa [6, 47, 55, 17, 59]. Esta línea investigó los elementos que tenían correlaciones con el resultado de

pruebas como las de INEEd (Aristas) y PISA, que muestran inequidades significativas entre centros y entre alumnos, sobre todo a partir del entorno socioeconómico, familiar, y de la propia institución escolar.

Aprendizaje de los fundamentos de los números y fracciones [33, 56]. En estos trabajos se analizó la docencia y la comprensión de los conceptos fundamentales de los números, especialmente de las fracciones. Se estudió el conocimiento matemático y pedagógico de los docentes en cuanto a las fracciones, así como los errores y dificultades comunes de los alumnos. También se planteó el diseño de intervenciones para mejorar la instrucción.

Prácticas y creencias de los docentes de matemática [3, 49]. Se exploraron las concepciones, creencias y teorías implícitas de los docentes de matemática, y la manera en que influyen en sus prácticas. También se estudió el discurso de los docentes y sus acciones, para ubicar las creencias subyacentes sobre el aprendizaje y la docencia de matemática.

Percepciones de los docentes sobre las pruebas masivas [46]. Un trabajo analizó el punto de vista de los docentes sobre la evaluación internacional PISA. Usando metodologías cualitativas y entrevistas, examinó la comprensión de las competencias evaluadas, la perspectiva con respecto al marco pedagógico, y la percepción de la relevancia de la prueba y su impacto sobre la docencia.

Pensamiento matemático y áreas específicas de la materia [27, 28, 34, 40, 43, 65]. Se examinó la docencia de diferentes temáticas: álgebra, geometría, cálculo aproximado y los conceptos de modelado y matematización. Se analizaron los procesos cognitivos de los alumnos, las estrategias docentes efectivas y los marcos conceptuales de donde surgen. Se estudió también el uso de TIC para la docencia de temas específicos.

Actividades extracurriculares en matemática [38]. Un trabajo exploró el efecto de las actividades extracurriculares que preparan a los alumnos para competencias en matemática (p.ej. la Olimpiada Matemática), analizando los reglamentos, la organización de las competencias y los enfoques que surgen de estas actividades para mejorar la capacidad de resolver problemas.

Esta producción indica que existen en nuestro país grupos de investigación dedicados al tema, sobre todo en los temas de psicología del aprendizaje, uso de TIC y análisis de las prácticas docentes. Este factor es una fortaleza potencial para mejorar la enseñanza de la matemática, y sugiere la conveniencia de establecer un vínculo mucho más directo entre la investigación, la formación docente y la gestión, una conclusión que coincide con la evidencia internacional que se analizó en la sección anterior.

Conclusiones de los estudios de INEEd sobre el desempeño en matemática

Las pruebas Aristas de INEEd miden el desempeño en matemática en el tercer y sexto año de primaria, y en el tercer año de educación media. A partir de los informes de INEEd en las referencias [6, 16, 17] es posible extraer algunas conclusiones generales.

Sobre los resultados. Existe una gran heterogeneidad en los resultados de las pruebas. Por ejemplo, los estudiantes del 3^{er} año de enseñanza media presentaron variaciones importantes en su capacidad para trabajar con operaciones, números, estadística, álgebra, geometría o funciones.

Además de la heterogeneidad, se verifica una relación entre el entorno socioeconómico y el desempeño de los estudiantes. Los alumnos que están en centros con contextos socioeconómicos y culturales más favorables tienden a obtener mejores resultados. Además, dentro de cada conjunto de centros similares, el contexto individual del alumno también se correlaciona con su desempeño. Este hecho coincide con la investigación internacional revisada en la sección anterior, y sugiere que lo que ocurre fuera del entorno institucional también es relevante para el aprendizaje.

Esta relación entre contexto y resultados contribuye a la inequidad del desempeño en matemática de los estudiantes. Por ejemplo, en el tercer grado de primaria la proporción de estudiantes en los dos niveles inferiores (entre cinco niveles totales) varía en casi 50 puntos porcentuales entre los centros de contextos favorables y desfavorables. Una brecha similar, algo menor, se observa en el sexto grado.

Según las tendencias examinadas por el INEE, los promedios de puntajes para el 3^{er} grado escolar mejoraron en 2023 con respecto a la medición anterior (2017). Sin embargo, para el 6^o grado los promedios no tuvieron cambios significativos, excepto una mejora en los casos de contextos favorables.

Sobre el perfil de los docentes y sus prácticas. Según un estudio de INEE [6], el perfil general de los estudiantes que ingresan al conjunto de programas de formación docente se diferencia de los que eligen otras trayectorias terciarias. En promedio, provienen de familias ubicadas en niveles socioeconómicos y culturales inferiores a las de los estudiantes que ingresan a universidades. Los estudiantes que ingresan a formación docente han obtenido (en promedio) resultados inferiores en las pruebas de PISA, especialmente en matemática y ciencias. En particular, solo un pequeño porcentaje de los futuros docentes proviene de las orientaciones científicas de la escuela secundaria; este resultado probablemente es consistente con la escasez de docentes en las especialidades de matemática y física.

Conviene destacar que ese estudio de INEE no discrimina entre las distintas ramas de la formación docente; podrían existir diferencias significativas entre las poblaciones de estudiantes que ingresan a las distintas trayectorias formativas en educación.

La percepción de los docentes sobre sus estudiantes influye en sus prácticas: los docentes tienden a evitar los temas donde perciben que sus estudiantes están menos preparados. En el tercer grado, por ejemplo, los docentes cubrieron más aquellos temas donde percibían que sus estudiantes estaban mejor preparados, a costa de otros temas donde se percibía una menor preparación previa. El énfasis en los temas más complejos, y las prácticas que implican activar el aprendizaje autónomo, se observan más en los centros de contextos favorables. Los estudios sugieren que un mayor soporte y acompañamiento a los docentes, especialmente en los lugares menos favorecidos, puede ayudar a que se encaren tareas con mayor demanda cognitiva, o a cubrir mejor aquellos temas donde los estudiantes tienen una débil preparación previa. En el nivel primario, la estabilidad de los equipos docentes parece estar positivamente asociada con el desempeño de los alumnos.

Sobre la asignación de recursos. La asignación de recursos en la enseñanza media pública, a partir de los salarios docentes, muestra patrones que serían inadecuados para compensar la vulnerabilidad. En efecto, los centros con menos vulnerabilidad presentan un mayor costo por estudiante, lo que resultaría contrario a una política de compensación de la inequidad. Además, el porcentaje de docentes con grados más altos (asociados a la experiencia y al progreso en la carrera) sería menor en los centros más vulnerables.

¿Cómo es la formación de docentes de matemática en Uruguay?

Se examinaron dos ejemplos: los programas 2023 de ANEP para la formación de: (i) profesores de educación media en la especialidad Matemática [47], y (ii) maestros de educación primaria [48].

Profesores de Educación Media en la especialidad Matemática. Es una carrera de cuatro años, estructurada en semestres, con una carga de 370 créditos (1 crédito = 15 h totales de trabajo del estudiante). Tiene cuatro líneas formativas: (1) formación equivalente; (2) formación en lenguajes diversos; (3) formación didáctica y práctica docente, y (4) formación específica.

La formación específica en matemática tiene asignada aproximadamente 1/3 del total de créditos y cubre las principales áreas que se enseñan en ambos ciclos de la Enseñanza Media. En los programas de las asignaturas, se menciona la importancia de relacionar los conceptos aprendidos con la manera de enseñarlos. En la línea de formación didáctica y práctica docente, existen unidades dedicadas a la contribución de la investigación para el aprendizaje de matemática.

Maestros de Educación Primaria. Es un programa de 4 años y 370 créditos; en su estructura contempla las mismas cuatro líneas generales descritas anteriormente. El contenido específico de matemática es de solamente 18 créditos, en el primer año. El primer semestre cubre números naturales, enteros, fracciones, números reales y funciones, mientras que el segundo se dedica a geometría, probabilidad y estadística. Los programas enfocan aspectos didácticos y el enlace del conocimiento matemático con los recursos digitales y materiales. La unidad “Didáctica Práctica Docente”, de un año, incluye un énfasis en lengua y matemática.

Ninguno de estos programas parece explicitar en sus descripciones el estudio de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes, u ofrecer herramientas para el análisis sistemático de sus errores. Las referencias al uso de TIC son relativamente escasas y generales. Hay, sin embargo, referencias a documentos del plan Ceibal en la bibliografía de algunas asignaturas.

¿Cómo se utilizan las TIC en la enseñanza de la matemática?

Las herramientas digitales pueden ser un factor muy útil para ayudar a generar ejemplos, resolver problemas y reducir la dificultad de saltar a la abstracción, que es una de las barreras importantes para el aprendizaje de la matemática.

La investigación relevada indica que las TIC se usan crecientemente en Uruguay en la docencia de matemática, sobre todo gracias a iniciativas como Ceibal y a la buena

conectividad que en general existe en nuestro país. Sin embargo, la integración de TIC en la práctica docente real (especialmente de manera transformadora en lo pedagógico) tiene dificultades. A menudo, su uso en la clase tendría poco valor formativo. Aunque en los programas de formación docente se menciona ocasionalmente software específico (como GeoGebra), no parece existir un énfasis en la integración sistemática de TIC a ese nivel, en particular en cuanto a su aplicación para enseñar matemática.

Un estudio [66] señala que, en los casos estudiados, menos del 25% de los alumnos de primero de secundaria traían su tableta del Plan Ceibal a clase todos los días. Como expresan los autores, "...acceso no es equivalente a uso, y [...] uso no es sinónimo de aprovechamiento o innovación". Parece existir una brecha significativa entre la disponibilidad de TIC y su aplicación pedagógica sistemática, planeada y evaluada.

El uso más frecuente de TIC por parte de los docentes era buscar recursos e información matemática específica en sitios web. Le seguía la construcción de material digital en presentaciones (con Power Point o Prezi), la elaboración de contenidos audiovisuales, y el uso de software específico como Geogebra, Winplot y otros. Algunos docentes usaban estos programas para realizar construcciones o demostraciones durante la clase. También se utilizaba software de uso general, como la planilla electrónica.

Con menor frecuencia, los docentes asignaban deberes que requerían usar TIC, usaban recursos de portales educativos, y manejaban herramientas de comunicación para intercambiar información con colegas o con las áreas administrativas, o con los propios estudiantes y sus familias.

Otros casos de uso de TIC fueron construir programas para hacer algún cálculo, y realizar videos o demostraciones que eran más sencillas con herramientas digitales que en el pizarrón.

Según los docentes, se identifican tres áreas concretas de aplicación potencial de TIC que necesitarían desarrollo y apoyo adicional:

- Aplicar TIC en proyectos innovadores
- Atender la diversidad de estudiantes o las necesidades especiales
- Evaluar conocimientos usando TIC

Se reconoce que los futuros docentes deberían incorporar las herramientas digitales en su pedagogía, tanto durante su formación inicial como en su desarrollo profesional posterior. Sin embargo, es difícil que un docente en servicio disponga de suficiente tiempo y de la motivación para estudiar nuevas herramientas digitales, identificar oportunidades de usarlas, diseñar actividades que las apliquen de manera eficiente, y definir cómo evaluar los resultados. Esas tareas llevan mucho tiempo, tienen riesgos, y no hay suficientes incentivos para realizarlas, para un docente individual.

Algunos formadores, en los programas de formación docente, incorporaban recursos tecnológicos en sus clases de la disciplina, aunque con baja frecuencia [51]. El propósito de estos formadores era que sus alumnos (los futuros docentes) puedan también incorporar recursos digitales en su propia docencia, con naturalidad.

El Plan Ceibal ha promovido la participación de docentes en actividades de desarrollo profesional relacionadas a TIC, incluyendo cursos y talleres. Sin embargo, la integración de TIC en la formación de docentes se evalúa como escasa [50]. A veces, las actividades

se concentrarían en las prestaciones y funciones de las aplicaciones, dejando a cargo del docente individual la identificación de oportunidades pedagógicas.

Hay una demanda, por parte de los docentes, de cursos o talleres que enfatizen el uso pedagógico de TIC, y que estén sólidamente insertados en las realidades del salón de clase. Sería necesario construir un modelo integral de desarrollo de las capacidades de los docentes para el uso pedagógico de TIC, que se integre tanto a su formación inicial como al desarrollo profesional continuo.

Aunque a la fecha de este informe no encontramos aún estudios nacionales al respecto, parece evidente que será necesario integrar a la labor docente, y a la propia formación de docentes, las herramientas de inteligencia artificial generativa que ya resultan ampliamente accesibles para los docentes y sus alumnos. La plataforma ALEKS (de McGraw-Hill), que Ceibal ofrece desde fines de 2024, se orienta a ese objetivo. Sin embargo, para esa plataforma (y para todas las demás) siguen siendo válidas las conclusiones sobre otros casos de uso de TIC que examinaron los estudios nacionales: hay que distinguir entre acceso a herramientas, adopción efectiva e impacto en los resultados de aprendizaje.

¿Quiénes son los docentes de matemática en la enseñanza media?

Dos referencias [6, 39] presentan información relevante sobre el perfil de los docentes de matemática en la enseñanza media.

Nivel educativo. En la enseñanza media, la matemática es una de las materias con menor porcentaje de docentes titulados; se trata de un déficit histórico. En 1995, solo 13% eran titulados; en 2007 el porcentaje en Secundaria era del 38%, y en 2012 era 32%. La formación docente en matemática se concentra en unos pocos centros, principalmente IPA en Montevideo y el CeRP Litoral, en Salto¹¹. Entre 2008 y 2017 se graduaron 275 profesores de matemática de estos dos centros, de los cuales el 76% en IPA.

Como se observó antes, los estudios de INEE [6] sugieren que existen diferencias significativas entre las trayectorias previas y el origen socioeconómico de las personas que eligen estudiar la formación docente y las que eligen una formación universitaria, aunque esta conclusión se refiere al conjunto de todos los programas de formación docente y no necesariamente se aplica a los estudiantes de profesorado de Matemática.

Para caracterizar la población, se puede mencionar un estudio específico de graduados de IPA y CeRP Litoral del profesorado de Matemática entre 2008 y 2017 [39], donde se informa que:

- Dos de cada tres graduados eran mujeres
- La edad promedio de ingreso era 20 años
- 69% ingresaron al programa más de un año después de finalizar la educación media.

¹¹ Existen seis CeRP, ubicados en Canelones (Atlántida), y en las capitales departamentales de Maldonado, Colonia, Florida, Salto y Rivera.

Puede señalarse además que los estudiantes que ingresan a formación docente están menos concentrados en Montevideo que los estudiantes universitarios.

Distribución de los docentes entre diferentes tipos de centros educativos. En los centros públicos de Secundaria, la distribución de docentes según su grado es desigual. Los grados superiores (6 y 7), que típicamente se correlacionan con mayor antigüedad y mayor salario, tienen a concentrarse en los centros menos vulnerables. Por el contrario, los grados inferiores (1 a 5) es más probable que se encuentren en centros con mayor vulnerabilidad. Esto parece ser un patrón general, no específico de los docentes de matemática, que podría contribuir a la inequidad de aprendizajes entre diferentes contextos socioeconómicos del centro de estudios.

¿Por qué en la enseñanza media hay pocos docentes de matemática titulados?

Según los últimos anuarios estadísticos del MEC¹², los ingresantes a profesorado de matemática eran el 14% del total de ingresantes a profesorado, pero solamente el 6% de los graduados.

De los estudiantes de profesorado de matemática que ingresaron a IPA y al CeRP Litoral entre 2005 y 2014, solamente 3% se graduaron en la duración nominal [39, 44]; este porcentaje es menor que el de los estudiantes de profesorado de otras materias. La tasa de abandono en CeRP del Norte, para este profesorado, fue reportada como del 70%.

Un alto porcentaje de graduados de ese grupo se retrasó con respecto a la duración nominal, y muchos interrumpieron sus estudios por más de un año. Esta trayectoria lenta y discontinua la tuvieron 39% de los graduados de IPA y CeRP Litoral; sin embargo, la interrupción no necesariamente llevó al abandono permanente. El trabajo durante la carrera es uno de los principales factores que los graduados identificaron, entre las distintas causas del retardo y la discontinuidad.

Una gran mayoría de los graduados trabajaron como docentes mientras estudiaban. Tres de cada cuatro graduados que trabajaron durante sus estudios percibieron que la falta de tiempo impactó en la duración de su carrera. Para muchos, la posibilidad de trabajar antes de graduarse puede haber eliminado la necesidad de un título, y puede haber sido un factor para no retornar a los estudios.

Otras causas relevantes de retraso o abandono, mencionadas a menudo por los graduados, fueron las dificultades académicas: p.ej. perder exámenes, tener que recursar materias, o tener dificultades serias con algunas materias. Los estudiantes percibieron dificultades con el nivel de los exámenes en relación con los cursos, las discontinuidades en los cursos, y la sobresaturación de algunas materias.

La preparación previa, concretamente una base insuficiente en la educación media, sería otro factor relevante que afecta el progreso en los estudios. En efecto, según el estudio de INEEEd antes mencionado, los estudiantes que ingresan a formación docente tienden a haber logrado peores resultados académicos previos, y podrían tener un nivel insuficiente

¹² Promedios de los Anuarios Estadísticos de Educación, 2023 y 2024, tablas II-6.2.1 y II-6.2.3.

de conocimientos al iniciar sus estudios de profesorado. Se mencionó la necesidad de cursos remediales o de nivelación, como una ayuda para reducir el abandono temprano.

Otros factores de desmotivación se referían a la gestión institucional y académica: desorganización administrativa, falta de recursos, o aspectos relacionados a los docentes y el desarrollo de los cursos.

Algunos estudiantes percibieron que pocos de sus docentes incorporaban nuevas metodologías en su docencia. Este aspecto es preocupante, porque los docentes tienden a reproducir, en su ejercicio, las metodologías que pautaron su propia formación. Un estudio de 2017 [69] que observó y analizó clases en la formación docente de matemática, concluyó que, en su mayoría, los docentes no estaban incorporando los resultados emergentes de la investigación y de los estudios internacionales.

Finalmente, están los contextos personales de los estudiantes. El menor tiempo disponible (por tener que trabajar) es uno de los principales factores. Otros incluyen decisiones personales, factores familiares y económicos, y el cuidado de personas dependientes.

Los análisis del INEE y las referencias examinadas sugieren la necesidad de políticas que, durante la formación docente, compensen las dificultades académicas previas y atraigan a los estudiantes más calificados hacia la profesión docente. Además, se puede intentar mitigar algunos de los factores que contribuyen a las elevadas tasas de rezago y deserción en la formación del profesorado de matemática. A mediano plazo, estas medidas conducirían a una mayor tasa de graduación y a una población de docentes mejor formados, en comparación con la situación actual.

Sección 3. Conclusiones y recomendaciones

A partir del contenido de las dos secciones anteriores, donde se resumieron las recomendaciones internacionales y las conclusiones de la investigación nacional, se identifican a continuación algunas posibles líneas de trabajo para mejorar la educación matemática en nuestro país.

Las recomendaciones se agrupan en diferentes temáticas, relacionadas a la formación docente, al desarrollo profesional posterior, a las instituciones educativas, a las familias y la sociedad en general, y a las políticas públicas.

1. Sobre la formación inicial de los docentes

Fortalecer los componentes disciplinares y didácticos

- Profundizar en el conocimiento matemático especializado para enseñar, no solo en el dominio de la matemática como disciplina académica, sino en su traducción didáctica a diferentes niveles educativos. Asegurar una sólida relación entre los contenidos matemáticos, la manera de enseñarlos, y las dificultades típicas que enfrentan los alumnos.
- Asegurar enfoques adecuados de resolución de problemas, modelización y pensamiento matemático avanzado, con énfasis en procesos, estrategias y razonamiento, más que en la memorización de procedimientos operativos por parte de los alumnos.

Articular teoría y práctica desde el inicio de la formación

- Diseñar o fortalecer espacios sistemáticos de análisis de la práctica pedagógica, con base en evidencia (videos de clases, observaciones guiadas, análisis de tareas de estudiantes).
- Conectar la formación docente con la investigación educativa y la recolección sistemática de evidencia.

Desarrollar competencias pedagógicas transversales

- Fomentar estrategias de enseñanza que atiendan la diversidad de estudiantes y estilos de aprendizaje, evitando transmitir inadvertidamente estereotipos y prejuicios.
- Aplicar la evaluación formativa para mejorar la comprensión y el aprendizaje de la matemática.

Incluir enfoques innovadores y tecnologías

- Integrar recursos digitales y software matemático para explorar conceptos y favorecer el aprendizaje activo, presentando casos de uso en el contexto real de clase.
- Introducir metodologías activas, como aprendizaje basado en proyectos, aula invertida y aprendizaje colaborativo, con foco en la matemática.

Mejorar la tasa de graduación en la formación de docentes

- Introducir cursos remediales o de nivelación, al ingreso a la formación docente en matemática para la enseñanza media.
- Establecer mecanismos de apoyo, para reducir la incidencia de factores familiares o personales que pueden causar rezago excesivo o deserción.

2. Sobre el desarrollo profesional de los docentes

Actualización disciplinar

- Ofrecer cursos y talleres sobre avances en la disciplina y demostrar el uso de tecnologías emergentes como herramientas de exploración y enseñanza, desarrollando casos de aplicación a situaciones y entornos reales de clase.
- Incorporar la alfabetización en datos y pensamiento computacional como ejes transversales de la actualización docente.
- En la currícula, integrar y jerarquizar los temas más adecuados para desarrollar el pensamiento matemático, de acuerdo con los distintos niveles educativos.

Fortalecer la didáctica de la matemática

- Organizar talleres de análisis de prácticas basados en videos de clases, observaciones cruzadas y revisión de secuencias didácticas.
- Capacitar en estrategias de enseñanza para la diversidad, con énfasis en atención a estudiantes con diferentes estilos y ritmos de aprendizaje.
- Capacitar en el desarrollo de evaluaciones formativas y su evaluación para retroalimentar las prácticas docentes.
- Compartir los resultados de las pruebas nacionales de INEE, con un enfoque analítico orientado a identificar y producir estrategias viables para la mejora.

Desarrollo profesional colaborativo

- Fomentar la participación de los docentes en comunidades de práctica y redes profesionales (locales, nacionales e internacionales).
- Impulsar proyectos de investigación-acción en el aula para generar innovación pedagógica; flexibilizar la tarea docente, promoviendo la innovación basada en evidencia y las actividades de carácter experimental ligadas con la investigación.
- Establecer programas de mentoría y acompañamiento entre pares, especialmente para docentes que se inician en la profesión o cambian de contexto. Ofrecer espacios de mentoría con profesorado experimentado, que funcionen como puente entre la formación inicial y el ejercicio profesional.
- Establecer programas colaborativos con universidades, para el desarrollo profesional de los docentes en ejercicio.

3. Al interior de las instituciones educativas

- Recolectar y analizar sistemáticamente los resultados de aprendizaje, promoviendo la reflexión individual y colectiva de los docentes.
- Facilitar la innovación y el trabajo colaborativo entre los docentes de matemática de la institución, evaluando los resultados con objetivos de mejora de los aprendizajes.
- Promover proyectos comunes a distintas asignaturas, con componentes cuantitativos adecuados a la currícula de cada nivel educativo, que ayuden a hacer tangibles los conceptos matemáticos y pongan de relieve su valor práctico.
- Desarrollar y participar en propuestas interinstitucionales para la mejora de la educación matemática.

4. Para las familias y la sociedad en general

- Evitar transmitir inadvertidamente prejuicios sobre la habilidad matemática, que es una capacidad innata a todo ser humano. En particular, combatir los prejuicios con relación al género o a grupos étnicos y sociales.
- Desde las edades tempranas, aprovechar las circunstancias de la vida cotidiana para fomentar las habilidades aritméticas y geométricas para medir, contar y realizar operaciones elementales.
- Procurar el contacto con elementos que ayuden a visualizar, comprender y valorar los conceptos aritméticos y geométricos, incluyendo juegos, pasatiempos y rompecabezas.
- Apoyar a niños y adolescentes ante las dificultades de aprendizaje, para que las superen con una mentalidad positiva.
- Comprender y promover el valor social de la matemática y de la profesión docente. Apoyar el funcionamiento de escuelas e instituciones educativas a todos los niveles.

5. Para las políticas públicas

Formación y trabajo docente

- Diseñar estrategias específicas para atraer talento joven a la docencia en matemática, incluyendo becas, incentivos y campañas de prestigio profesional.
- Establecer programas de ingreso alternativos y flexibles para graduados universitarios con formación matemática que deseen reconvertirse en docentes.

- Mejorar salarios, estabilidad laboral y condiciones de trabajo para que la docencia en matemática sea atractiva y económicamente sostenible.
- Implementar programas de mentoría remunerada para acompañar a los docentes principiantes.

Investigación

- Promover la investigación sobre educación matemática en el contexto nacional, coordinando de forma sistemática los proyectos de investigación con la práctica formativa docente y el desarrollo profesional, las pruebas y evaluaciones de INEEEd, la actividad de Ceibal, y los departamentos de postgrado en las universidades.
- Facilitar el acceso de docentes en ejercicio a postgrados de investigación sobre temas de educación matemática, mediante becas, adecuación de carga de trabajo y otros mecanismos.

Acciones a nivel del sistema

- Utilizar datos desagregados (por región, nivel educativo, género o tipo de centro) de las pruebas de INEEEd y de la operativa regular de evaluaciones de los distintos niveles de ANEP, para monitorear los niveles de aprendizaje y orientar intervenciones focalizadas.
- Fortalecer la colaboración sistemática entre el Ministerio de Educación y Cultura, las universidades, los institutos de formación de docentes, el plan Ceibal y las organizaciones profesionales de matemática, con foco en la mejora del aprendizaje.
- Priorizar y fortalecer la educación matemática en los primeros años de la formación (preescolar y primaria).
- Establecer apoyos diferenciales para tratar de reducir las inequidades debidas a factores extraescolares, a nivel de centros y de alumnos individuales, y asegurar que la asignación de docentes a centros educativos tenga en cuenta ese objetivo.

-----oOo-----

Referencias

1. National Research Council. 2001. *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/9822>.
2. Claudi Alsina, *Why the professor must be an stimulating teacher*, capítulo en *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: an ICMI study*, Springer, 2001.
3. Broitman, Claudia; Novembre, Andrea (2023). *Mathématiques scolaires, recherche didactique et formation des enseignants en Argentine: acquis et tensions*. Revue internationale d'éducation de Sèvres, 2023, nro. 93, p. 99-109
4. ANEP, 2023. Plan 2023 de la formación de grado de los educadores – Profesor de Educación Media (www.anep.edu.uy)
5. National Research Council. 2002. *Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/10434>.
6. INEEEd. (2019). *Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2017 - 2018*. Montevideo: INEEEd. Disponible en www.ineed.edu.uy.
7. J.W. Stiegler, J. Herbert (2004). *Improving Mathematics Teaching*. Educational Leadership, February 2004, 12-17
8. National Research Council. 2001. *Improving Mathematics Education: Resources for Decision Making*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/10268>.
9. National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. 2015. *Mathematics Curriculum, Teacher Professionalism, and Supporting Policies in Korea and the United States: Summary of a Workshop*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/21753>.
10. Berinderjeet Kaur, *Mathematics education in Singapore – an insider's perspective*. IndoMS-JME, Volume 5, No. 1, January 2014, pp. 1-16.
11. National Research Council. 2009. *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Toward Excellence and Equity*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/12519>.
12. Mogens Niss, Tomas Højgaard, 2019. *Mathematical competencies revisited*. Educational Studies in Mathematics (2019) 102:9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
13. National Council of Teachers in Mathematics, *Principles and Standards for School Mathematics, Executive Summary*. (2000) Disponible en <https://www.nctm.org/>.
14. National Center for Education Statistics, 2019. *Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)*, en *NCES Handbook of Survey Methods*. Disponible en <https://nces.ed.gov/timss/>.
15. UNESCO, 2022. *Mathematics for action: Supporting Science-Based Decision-Making*. ISBN 978-92-3-100517-6. Disponible en <https://www.unesco.org>.
16. INEEEd (2022). *Aristas 2022: informe de resultados de tercero de educación media. Resumen ejecutivo*. Disponible en www.ineed.edu.uy
17. INEEEd (2023). *Aristas 2023: informe de resultados de tercero y sexto de educación primaria. Resumen ejecutivo*. Disponible en www.ineed.org.uy.

18. The Royal Society (2023). A new approach to mathematics and data education. Disponible en <https://royalsociety.org/-/media/policy/projects/mathsfutures/new-approach-to-mathematics-and-data-education.pdf>.
19. McKinsey, 2024. *Spark and sustain: how all the world's school system can improve learning at scale*. Disponible en <https://www.mckinsey.com/industries/education/our-insights/spark-and-sustain-how-school-systems-can-improve-learning-at-scale>.
20. James W. Stigler, Karen B. Givvin, and Belinda J. Thompson. *What community college developmental mathematics students understand about mathematics*. The Carnegie Foundation for the Advancement of Teaching. Disponible en https://www.carnegiefoundation.org/wp-content/uploads/2013/05/stigler_dev-math.pdf.
21. National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. 2018. *Supporting Mathematics Teachers in the United States and Finland: Proceedings of a Workshop*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/24904>.
22. G.Z. Bereday, *Sir Michael Sadlers' Study of Foreign Systems of Education*. Comparative Education Review , Feb. 1964, Vol. 7, No. 3 (Feb. 1964), pp. 307-314
23. National Council of Teachers of Mathematics, Professional Development Guides. Sitio web: <https://www.nctm.org/pdguides/>.
24. J. A. Telese, *Teacher Professional Development in Mathematics and Student Achievement: A NAEP 2005 Analysis*. Disponible en <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED503261.pdf>.
25. E. Brunner, J. Star. (2024) *The quality of mathematics teaching from a mathematics educational perspective: what do we actually know and which questions are still open?* ZDM – Mathematics Education (2024) 56:775–787
26. D. Holton et al (Ed.). *The teaching and learning of mathematics at the university level: an ICMI Study*. Springer (2006). DOI: <https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7>
27. Bentancor J.G, *Modelación Matemática: estrategias de enseñanza con herramientas digitales en el Ciclo Básico de Educación Media de Montevideo (Uruguay)*. Tesis doctoral, Universidad ORT Uruguay, 2022.
28. López, M.A., *Estado en cuestión sobre la enseñanza del álgebra en alumnos de 6 a 12 años: una descripción de los artículos publicados en el período 2019-2021*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay, 2022.
29. Ochoviet, C. *¿Qué es calidad en la formación de profesores de matemática?* Temas de Profesionalización Docente, Segunda Época. Nº 1 (2018). ISSN 2393-7831
30. Vaillant D., Bernasconi G., Antelo A., Fripp A., Kereki I., Mazzotti W., Olmedo A., Rodríguez Zidán E. *Informe de proyecto: El plan Ceibal y las prácticas de los docentes de matemática en primer año de liceo*. Universidad ORT Uruguay (2012).
31. Rodríguez Zidán E., Téliz F.A. . *El plan CEIBAL, los profesores de matemática y sus prácticas con TIC* . Cuadernos de Investigación Educativa, Vol. 4, Nº 19, p.13-37 (2013).
32. De León, D., & Maiche, A. (2022). *Claves cognitivas para enseñar matemática en la escuela*. En J. Valle Lisboa, & V. Nin (Eds), *Aportes de las ciencias cognitivas a la educación* (p. 37). CSIC-Universidad de la República.

33. González A., (2021). *El conocimiento matemático especializado de los futuros maestros para la enseñanza de las fracciones: un estudio de casos*. Tesis de maestría, Universidad Católica del Uruguay.
34. Puyol L., *Cálculo aproximado: Una herramienta poco explorada para fortalecer el aprendizaje matemático temprano en las escuelas*. Tesis de maestría, Universidad de la República (2023).
35. Gasco-Txabarri J., *Diferencias en el uso de estrategias en el aprendizaje de las matemáticas en enseñanza secundaria según el sexo*. Cuadernos de Investigación Educativa, Vol. 8 Núm. 1 (2017). Disponible en <https://doi.org/10.18861/cied.2017.8.1.2638>
36. González, D. (2020). *Desde la docencia espontánea hacia una práctica profesional reflexiva. ¿Qué papel juegan la teoría y la investigación en la labor docente de los profesores de matemática?* Reloj de agua, 22, 5–12. (2020), Disponible en <https://repositorio.cfe.edu.uy/handle/123456789/1297>
37. Rajchman A., *¿Cómo se evalúan los aprendizajes de Matemática en Educación Secundaria según las perspectivas de docentes y estudiantes en 10 liceos de Montevideo? Un estudio mixto de triangulación por convergencia*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2019).
38. Artigue M.V., *Las actividades extracurriculares que fomentan la resolución de problemas matemáticos para competir. ¿Segundo tiempo pedagógico?* Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2014).
39. Migliaro I.M., *Factores asociados a las trayectorias de formación de los profesores de Matemática en Uruguay*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2021).
40. Vedovatti P., *Abordaje metodológico de la enseñanza de la Geometría en Bachillerato*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2013).
41. Perera, M; Aboal, D. (2018). *The Impact of a Mathematics Computer-Assisted Learning Platform on Students' Mathematics Test Scores*. Reporte técnico, CINVE. Disponible en <https://hdl.handle.net/20.500.12381/415>
42. Donoso Osorio, E. ., Valdés Morales, R., & Cisternas, P. (2020). *Las interacciones pedagógicas en las clases de resolución de problemas matemáticos*. Páginas de Educación, 13(1), 82–106. Disponible en: <https://doi.org/10.22235/pe.v13i1.1920>
43. Bentancor J.G., *La matematización: una mirada a las prácticas de enseñanza y evaluación de los docentes del Ciclo Básico de una zona Metropolitana de Montevideo*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay, (2017).
44. Silva M.R., *La no aprobación de los cursos del profesorado de Matemática a través de las percepciones estudiantiles: el caso de cuarto año en la modalidad semipresencial*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2023).
45. De León, D., Díaz, N., Maiche, A. (June, 2022). *Learning Math through peer interaction and intelligent machines*. Poster presented in The Mathematical Cognition and Learning Society Conference, Belgium. Presentación con slides disponible en <https://redi.anii.org.uy/jspui/bitstream/20.500.12381/3211/1/Presentacion%20Rio%202017%20de%20nov%202022.pdf>
46. Varó J. L., *Percepción de Docentes de Matemáticas sobre pruebas PISA*. Tesis de maestría, Universidad de la República, 2022.
47. ANEP (CFE). *Programas de las unidades curriculares de primero, segundo, tercero y cuarto año de la carrera de Profesor de Educación Media - Especialidad Matemática*. Disponible en <https://www.cfe.edu.uy/>. Descargado 16/4/2025.

48. ANEP (CFE). *Programas de las unidades curriculares de primero, segundo, tercero y cuarto año de la carrera de Maestro de Educación Primaria*. Disponible en <https://www.cfe.edu.uy/>. Descargado 16/4/2025.
49. Messano C., *¿Qué significa enseñar Matemática? Aportes desde las concepciones de profesores*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2016).
50. Fajardo, A; Freire, E.; Medina, L.; Ochoviet, C. (2020). *Uso de recursos tecnológicos para enseñar matemática en la formación de profesores*. Informe de proyecto ANII-CFE FSED_1_2018_9_143103. Disponible en <http://repositorio.cfe.edu.uy/handle/123456789/1409>
51. Ávila D.N., *Sesgo de género presente en las maestras y su impacto en el rendimiento matemático de niños y niñas en la educación inicial y primaria*. Tesis de grado, Universidad de la República (2024).
52. Téliz F. A., *Uso didáctico de las TIC en las buenas prácticas de enseñanza de la Matemática: estudio de las opiniones y concepciones docentes en Educación Secundaria en el departamento de Artigas*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2014).
53. Conde S., *Uso pedagógico de las TIC, especialmente del Plan Ceibal, por docentes de diferentes asignaturas de Educación Secundaria*. Tesis de maestría, Universidad ORT Uruguay (2014).
54. Rodríguez Zidán C.E; Solari M.; Bentancor J.G.; Melani, M.; Saldombide L.; Zorrilla de San Martín V., *Tecnologías digitales para la enseñanza de la matemática: analíticas de uso de la PAM, mapeo sistemático de software disponible y buenas prácticas para la matemática inclusiva y digital*. Informe de proyecto ANII: FSED_2_2020_1_163598 (2023). Fichas didácticas producidas: <https://ie.ort.edu.uy/fichas-didacticas-para-docentes-de-matematicas>
55. Academias de Ciencias, Medicina, Ingeniería y Economía del Uruguay. *Enseñanza de la Matemática en Uruguay: algunas reflexiones*. Informe del grupo inter-academias para la educación matemática (2024). Disponible en: <https://aniu.org.uy/wp-content/uploads/2026/02/ensenanza-de-la-matematica-en-uruguay-algunas-reflexiones.pdf>
56. Chauvie E., *Evaluar el efecto de la orientación, la práctica distribuida y el desempeño docente. Un estudio pre-post intervención sobre el aprendizaje del número*. Tesis de maestría, Universidad de la República (2023).
57. Fernández-Aguerre, T. *Reformas transitorias y desigualdades educativas persistentes. El caso de Uruguay entre 1996 y 2002*. Documento de trabajo N° 76. Depto. de Sociología, Facultad de Ciencias Sociales, Universidad de la República (2006).
58. Doneschi, A. *Desigualdad de aprendizajes en Uruguay: determinantes de los resultados de PISA 2012*. Tesis de maestría, Universidad de la República (2016).
59. De León, D. *La relación entre el desempeño matemático y las actividades numéricas en el hogar: posibles influencias del sistema numérico aproximado y el nivel socioeconómico*. Trabajo de grado, Universidad de la República, 2016.
60. Ochoviet Rodríguez-Larzabal D., *El análisis de las actividades novedosas como herramienta para enriquecer el conocimiento didáctico del contenido del profesor*. Profesorado 22 (4), 2018. DOI:10.30827/profesorado.v22i4.8418-V
61. Vaillant D., Rodríguez-Zidán E., Bentancor-Biagas G., *Plan CEIBAL and the Incorporation of Digital Tools and Platforms in the Teaching of Mathematics According to the Teachers' Perceptions*. Modestum, EURASIA Journal of

- Mathematics, Science and Technology Education, 2021, 17(12). Disponible en <https://doi.org/10.29333/ejmste/11307>
62. Valle-Lisboa J., Cabana A., Eisinger R., Mailhos A., Luzardo M., Halberda J., Maiche A., *Cognitive abilities that mediate SES's effect on elementary mathematics learning: The Uruguayan tablet-based intervention*. Prospects (2016) 46:301–315. DOI 10.1007/s11125-017-9392-y
 63. Simplicio H., Gasteiger H., Vargas-Dorneles B., Grimes K.R., Geraldi-Haase V., Ruiz C., Veiga Liedtke F., Moeller K., *Cognitive Research and Mathematics Education—How Can Basic Research Reach the Classroom?* Frontiers in Psychology 11, article 773 (2020). DOI: 10.3389/fpsyg.2020.00773.
 64. Suárez A., Baccino D., Monteiro M., Martí A.C., *Differences in the attitudes and beliefs about science of students in the physics-mathematics and life sciences areas and their impact on teaching*. Revista Mexicana de Física E 19 020207 1–6 (2022). DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.19.020207>.
 65. Ruiz C., Kohnen S., Nuñez D., Bull R., *The development of number line estimation in children at risk of mathematics learning difficulties: A longitudinal study*. Journal of Experimental Child Psychology 243 (2024) 105916. Disponible en <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105916>.
 66. Vaillant D., Rodríguez-Zidán E., Bernasconi G., *¿En qué cambian las prácticas de enseñanza de la matemática en un “modelo 1:1” a escala nacional?* Revista Complutense de Educación Vol. 26 Núm. 2 (2015) 295-313 . Disponible en http://dx.doi.org/10.5209/rev_RCED.2015.v26.n2.43059.
 67. Cameto G., Carboni A., Koleszar V., Méndez M., Tejera G., Viera M., Wagner J. *Using functional programming to promote math learning*. 2019 XIV Latin American Conference on Learning Technologies (LACLO). DOI 10.1109/LACLO49268.2019.00059
 68. Vaillant D., Rodríguez-Zidán E., Bentancor-Biagas G., *Uso de plataformas y herramientas digitales para la Enseñanza de la Matemática*. Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.28, n.108, p. 718-740, jul./set. 2020 Disponible en <https://doi.org/10.1590/S0104-40362020002802241>.
 69. Ochoviet C., Olave M., *Los modelos docentes en la formación de profesores de matemática: elementos para repensar los ambientes didácticos*. Consejo de Formación en Educación, 2017. Disponible en <https://repositorio.cfe.edu.uy/handle/123456789/243>.

Reconocimientos

Muchas personas contribuyeron sustancialmente con sus críticas, comentarios y sugerencias para mejorar este texto, a partir de sus sucesivos borradores. Entre ellas, agradezco especialmente a Héctor Cancela, Roberto Markarián, Andrea Rajchman, Mari Sánchez, Adolfo Fajardo y Denise Vaillant, que tuvieron la gentileza de revisar versiones de este documento y aportar sugerencias importantes; y finalmente al Ing. Luis M. Rodríguez, coordinador del grupo interacadémico STEM, por su apoyo y seguimiento.

Los errores y defectos que hayan quedado en este documento son responsabilidad del autor, y no de las personas mencionadas.

Para el manejo de las referencias citadas se utilizó NotebookLM de Google. Sin esa herramienta, hubiera sido imposible completar a tiempo la tarea asignada. Es oportuno, por otra parte, que una herramienta basada en la propia matemática nos pueda ayudar a comprender mejor los desafíos y oportunidades de la educación matemática.

-----oOo-----